

Teorie čísel mnohočlenů a mnohočleny v teorii čísel

Jakub Opršal

Polynomy (které se česky nazývají mnohočleny) mají velmi podobné vlastnosti, jako celá čísla, dá se tu uvažovat dělitelnost, mnohočlen $f(x)$ dělí $g(x)$, když existuje mnohočlen $h(x)$, že $f(x)h(x) = g(x)$. Roli prvočísel nám pak převezmou nerozložitelné polynomy. Ukážeme si, že i v mnohočlenech lze dělit se zbytkem, funguje jednoznačný rozklad na nerozložitelné polynomy a můžeme použít Euklidův algoritmus k dokázání Bézoutovy věty.

Dále se na přednášce budeme zabývat symetrickými polynomy a ukážeme si, jak se dají elegantně použít při řešení některých polynomiálních rovnic. Zajímavá je také souvislost diskriminantů se symetrickými polynomy. Diskriminant mnohočlenu můžeme definovat i pro polynomy vyšších stupňů než 2, ukážeme si, že to není jen náhodné číslo, které se zrovna vyskytuje ve vzorci pro řešení kvadratických rovnic, ale že má i mnohé další zajímavé vlastnosti.

Nakonec se budeme zabývat využitím polynomů v teorii čísel, budeme zkoumat nerozložitelnost mnohočlenů nad celými a racionálními čísly, počítat s mnohočleny modulo prvočíslo p a odvodíme si některé pěkné výsledky v klasické teorii čísel, jako například Wilsonovu větu. Jako třešnička nakonec přijde krátká souvislost mnohočlenů s Faunovou rovinou a kombinatorickými projektivními rovinami.