
Fotorealistická grafika

RNDr. Josef Pelikán

Kurz vznikl v rámci projektu "Rozvoj systému vzdělávacích příležitostí pro nadané žáky a studenty v přírodních vědách a matematice s využitím online prostředí", Operační program Praha – Adaptabilita, registrační číslo CZ.2.17/3.1.00/31165.



Projekt A-NET je financován Evropským sociálním fondem, rozpočtem ČR a MHMP.

"Praha & EU: Investujeme do vaší budoucnosti."

Fotorealistická grafika

© 2010-2011 Josef Pelikán, CGG MFF UK Praha

<http://cgg.mff.cuni.cz/~pepca/>

Kurs pro nadané studenty, 6. 4. 2011



Obsah přednášky

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ historie, přehled používaných přístupů
 - ◆ Ray-tracing, radiační metody
- ◆ teoretické základy – zobrazovací rovnice
 - ◆ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ◆ metody založené na zobrazovací teorii
 - ◆ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
 - ◆ hybridní metody (efektivita)
 - ◆ Photon-mapping

Cíle realistického zobrazování



- ♦ věrně **napodobit přírodu**
 - ♦ virtuální scéna reprezentovaná v počítači
- ♦ přesně **simulovat šíření světla** ve scéně
 - ♦ „predictive rendering“
- ♦ nebo „**důvěryhodné zobrazování**“
 - ♦ laický pozorovatel nemá poznat, že je obrázek umělý ...
- ♦ **rychlost** vykreslování
 - ♦ „off-line“ rendering (nezáleží tolik na rychlosti)
 - ♦ „real-time“ (min. 25 fps)

Aplikace

- ♦ design, architektura, umění
 - ♦ šíření světla v interiéru, kabině, ..
- ♦ zábavní průmysl
 - ♦ filmy (IL&M, Pixar, DreamWorks, ... „off-line“)
 - ♦ videohry („real-time“)
- ♦ média
 - ♦ televize (virtuální studia, ...)
 - ♦ reklamy





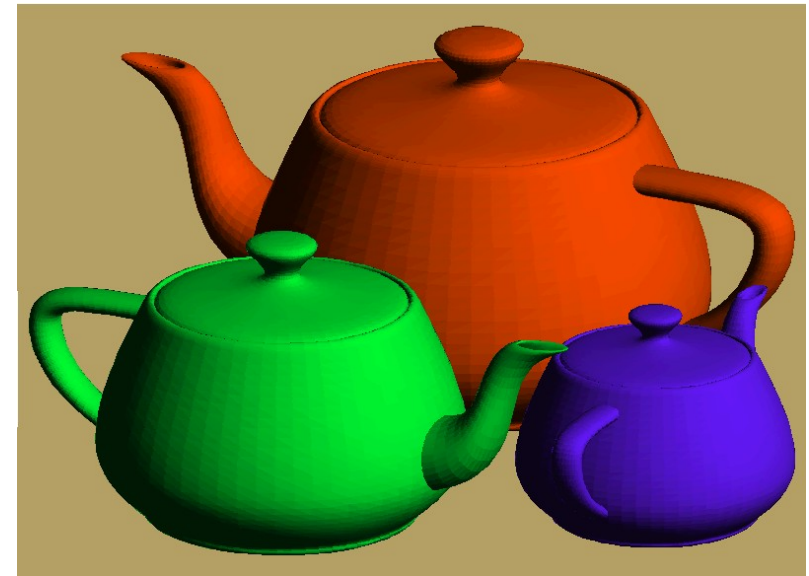
Historie

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ **historie, přehled používaných přístupů**
 - ◆ **Ray-tracing, radiační metody**
- ◆ teoretické základy – zobrazovací rovnice
 - ◆ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ◆ metody založené na zobrazovací teorii
 - ◆ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
 - ◆ hybridní metody (efektivita)
 - ◆ Photon-mapping

Historie – klasické zobrazování



- ◆ Sutherland 1974: Z-buffer
- ◆ **ploškový model**
 - ◆ nejčastěji trojúhelníkové sítě
- ◆ **výpočet viditelnosti**
 - ◆ Z-buffer
- ◆ **přibližné světelné poměry**
 - ◆ lokální osvětlovací model, vržené stíny
- ◆ **texture, shadery**



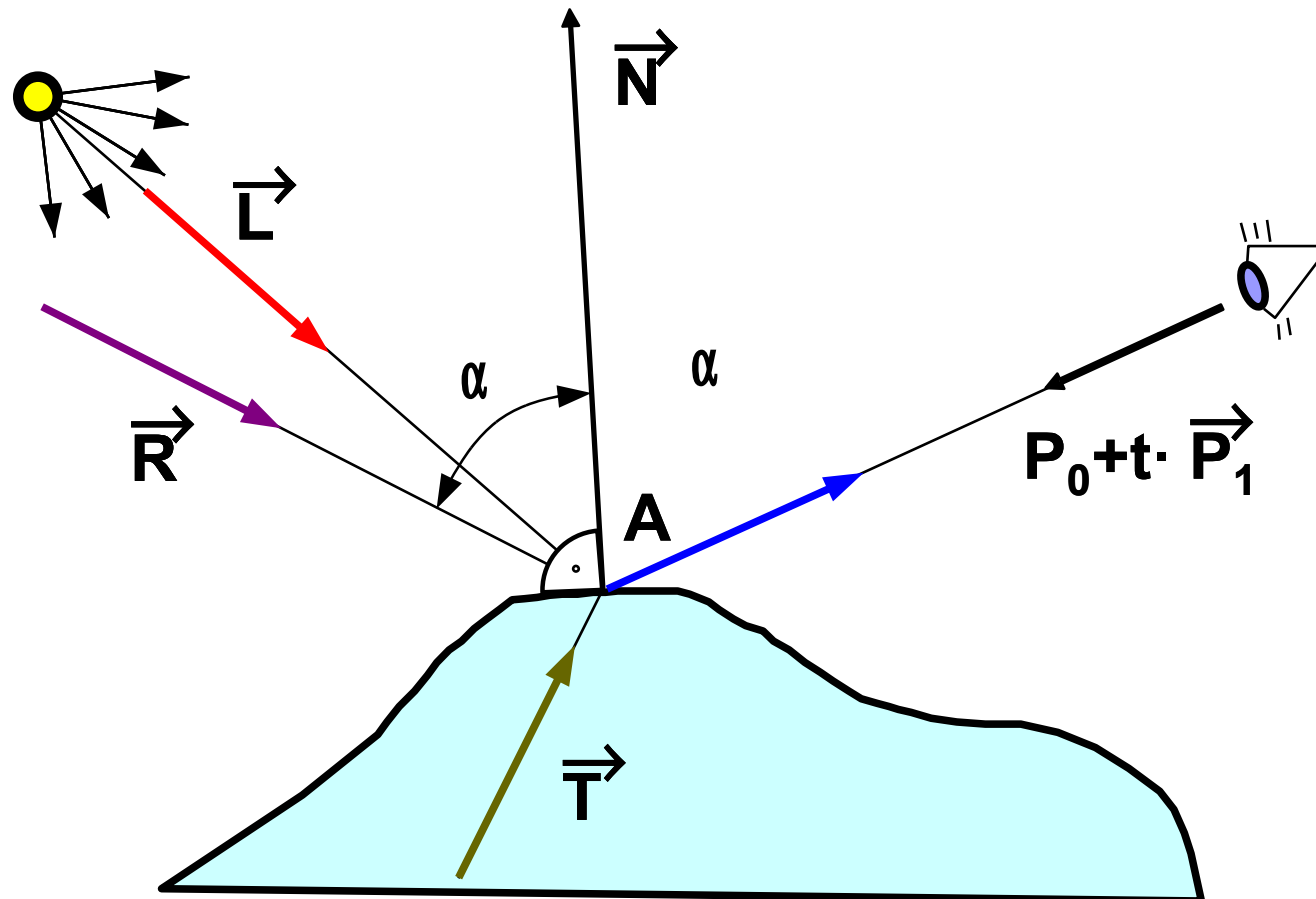
Historie – Ray-tracing I



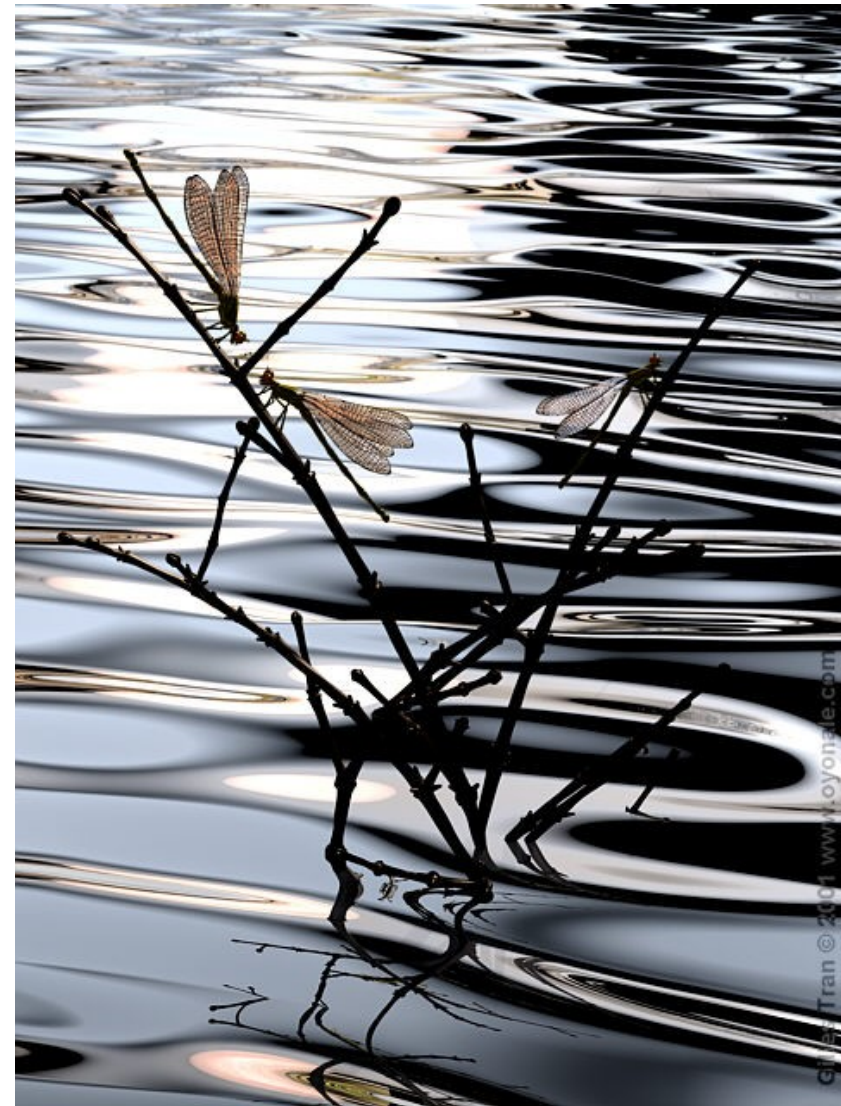
- ◆ Whitted 1980: základní Ray-tracing
- ◆ **geometrický přístup**
 - ◆ sleduje se jenom ideálně odražený paprsek
- ◆ výpočetně velmi náročný **výpočet průsečíku** paprsku se scénou
 - ◆ 95% času → urychlovací metody
- ◆ snadné **vylepšení vzhledu**
 - ◆ textury, anti-aliasing, shadery
 - ◆ distribuované techniky (viz dále)



Historie – Ray-tracing II



Ray-tracing – příklady



Ray-tracing – příklady



Ray-tracing – příklady

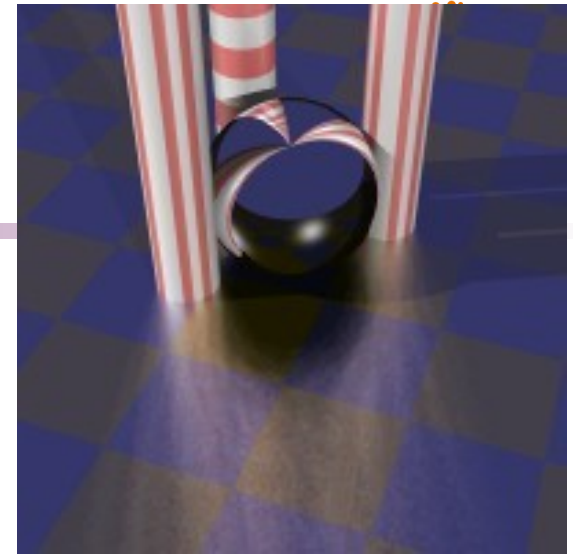


Ray-tracing – příklady



Historie – Distributed RT

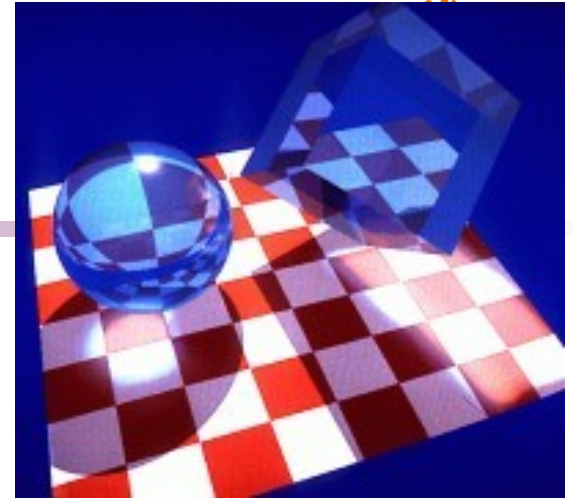
- ◆ Cook 1984: Distributed Ray Tracing
- ◆ **vylepšení kvality výsledku**
 - ◆ integrál nahrazuje původně jediný vzorek
 - ◆ měkké stíny, odrazy, lomy, difrakce
 - ◆ rozmazání pohybem
 - ◆ hloubka ostrosti kamery
- ◆ výpočetně velmi náročné metody
 - ◆ Monte-Carlo algoritmy
 - ◆ stonásobně víc paprsků...



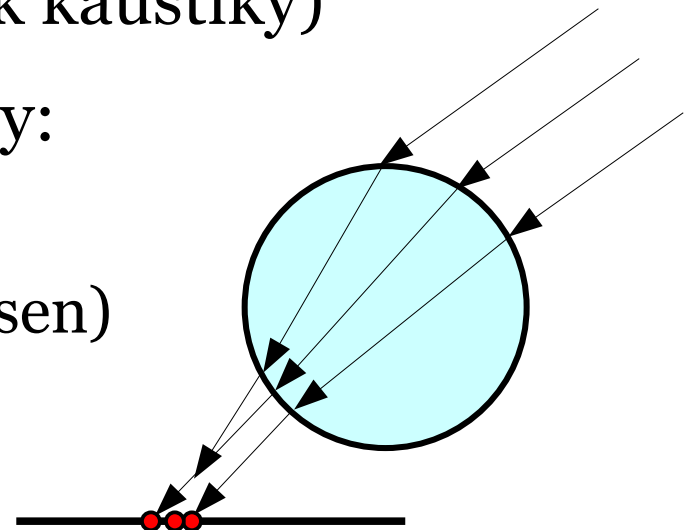
Distributed RT – příklad



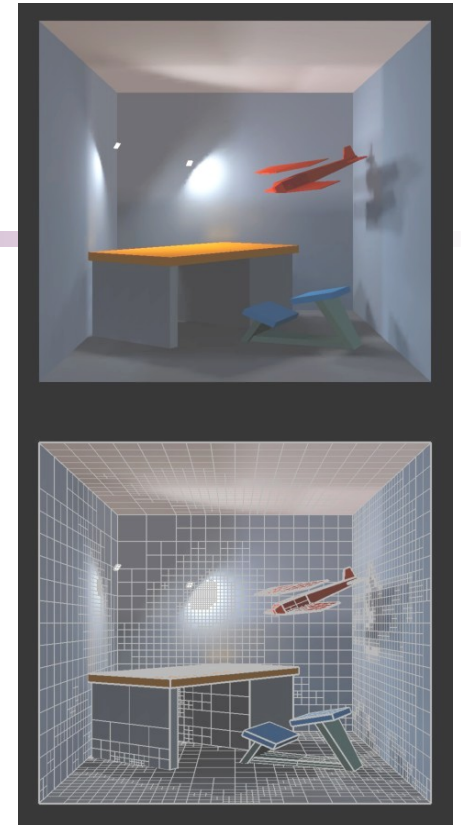
Historie – Bidirectional RT



- ◆ Arvo 1986: Backward Ray Tracing
- ◆ sledování **opačného směru**
 - ◆ v první fázi se paprsky posílají ze světla a zachytávají na plochách
 - ◆ vykreslení „kaustiky“ (1986 = rok kaustiky)
 - ◆ později se z toho vyvinuly metody:
 - Light-tracing, Photon-tracing
 - Photon-maps (Henrik Wann Jensen)



Historie – Radiační metoda I



- ◆ Goral et al. 1984: Illumination for Computer-Generated Pictures
- ◆ předpoklad **difusních** materiálů
 - ◆ Lambertův zákon (dokonalý rozptyl světla)
 - ◆ metoda konečných prvků vede na **soustavu lineárních rovnic**
- ◆ různá **vylepšení**:
 - ◆ iterace à la Southwell
 - ◆ hierarchické přístupy
 - ◆ zobecněné konfigur. faktory (lesk)





Historie – Radiační metoda II

- ♦ základní rovnice pro **radiositu** i-té plošky:

$$B_i = E_i + \rho_i \cdot \sum_{j=1}^N B_j \cdot \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} g(y, x) dA_j dA_i$$

geometrický člen - **konfigurační faktor** F_{ij}
(část výkonu vyzářeného ploškou A_i dopadající na A_j)

$$B_i = E_i + \rho_i \cdot \sum_{j=1}^N B_j F_{ij} \quad \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

Radiační metoda – příklady



Radiační metoda – příklady



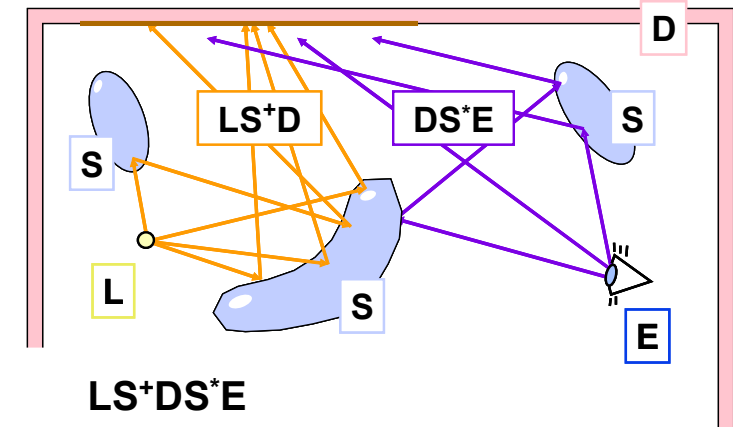
Radiační metoda – příklady





Historie – Hybridní metody

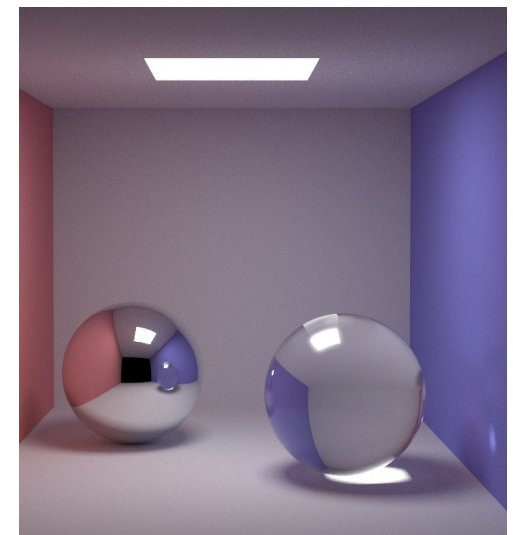
- ◆ Wallace 1987, Sillion 1989, 1991, ...
- ◆ radiální metoda umí dobře **difusní** materiály
- ◆ metody založené na paprscích umí dobře **lesklý** odraz
 - ◆ Ray-tracing, Distributed R-T
 - ◆ Path-tracing, Photon-tracing, ...
- ◆ **kombinace** několika metod
 - ◆ pozor na duplikace!
 - ◆ většinou sériové zapojení = více fází za sebou
 - ◆ vykreslení: Ray-tracing, Path-tracing



Historie – Zobrazovací rovnice



- ◆ J. T. Kajiya: The Rendering Equation (SIGGRAPH '86)
- ◆ matematický přístup k zobrazování
 - ◆ integrální rovnice popisující šíření světla, nestranné řeš.
- ◆ algoritmy založené na **Monte-Carlo**
 - ◆ .. přesné (analytické) řešení není možné
- ◆ **Path-tracing** (už Kajiya)
 - ◆ později: Light-tracing, Photon-tracing, Bidirectional Path-tracing, hybridní alg., Metropolis metody





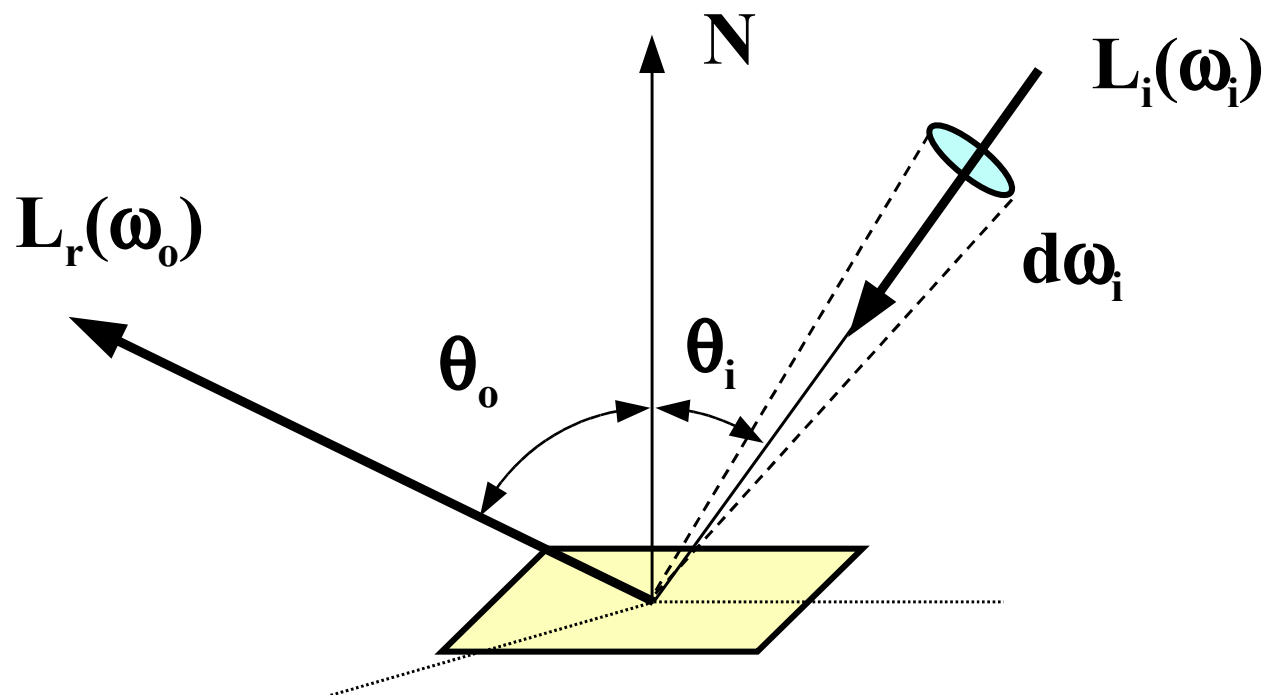
Teoretické základy

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ historie, přehled používaných přístupů
 - ◆ Ray-tracing, radiální metody
- ◆ **teoretické základy – zobrazovací rovnice**
 - ◆ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ◆ metody založené na zobrazovací teorii
 - ◆ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
 - ◆ hybridní metody (efektivita)
 - ◆ Photon-mapping

BRDF (lokální funkce odrazivosti)



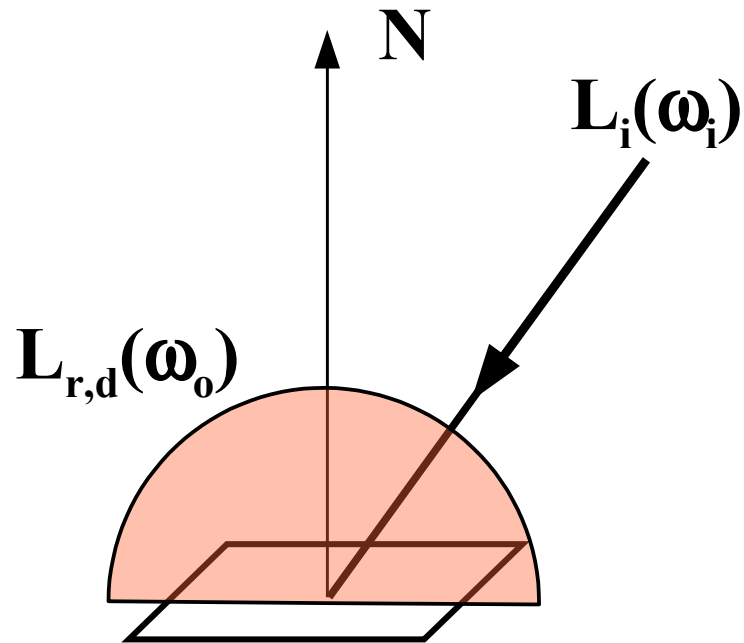
(„Bidirectional Reflectance Distribution Function“)



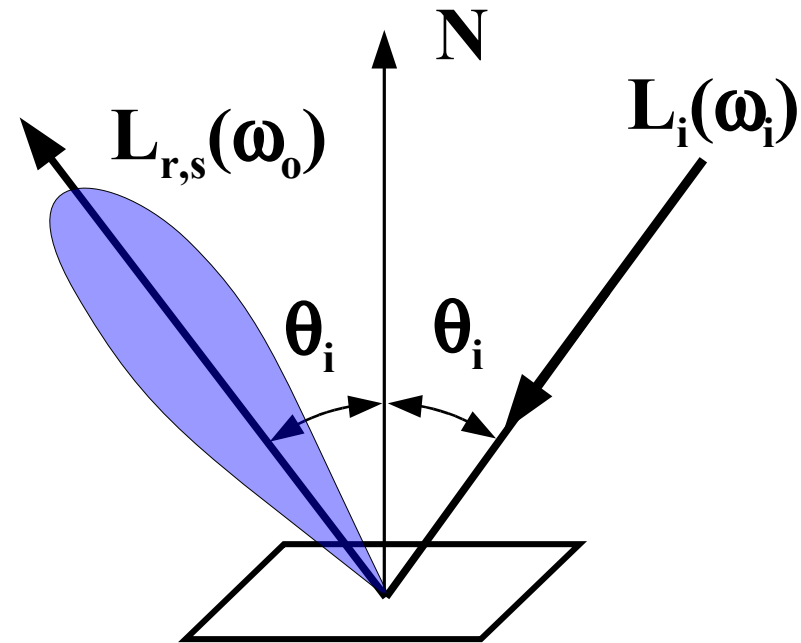
$$f_r(\omega_i, \omega_o) = \frac{\partial L_r(\omega_o)}{\partial E(\omega_i)} = \frac{\partial L_r(\omega_o)}{L_i(\omega_i) \cos \theta_i \partial \omega_i}$$



Klasické složky odrazu světla



Difusní („diffuse“)



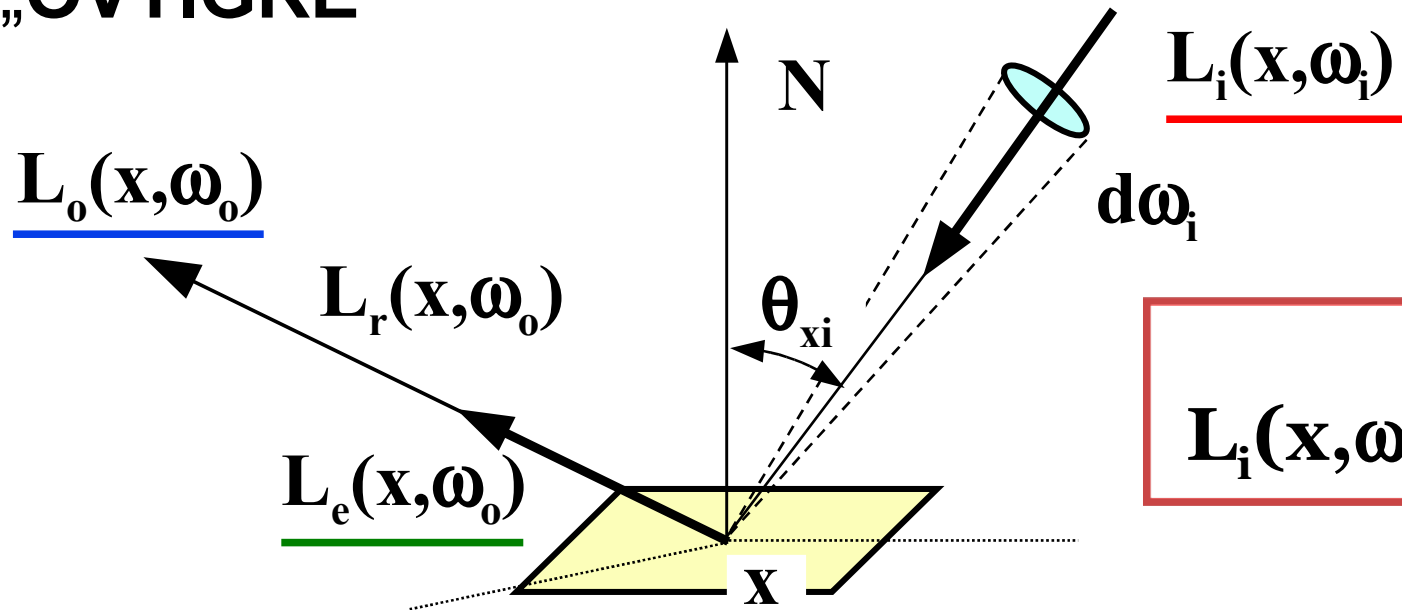
Lesklý („specular“)

$$f_r(\omega_i, \omega_o) = f_{r,d}(\omega_i, \omega_o) + f_{r,s}(\omega_i, \omega_o)$$



Lokální zobrazovací rovnice

„OVTIGRE“



vakuum:
 $L_i(x, \omega_i) = L_o(y, -\omega_i)$

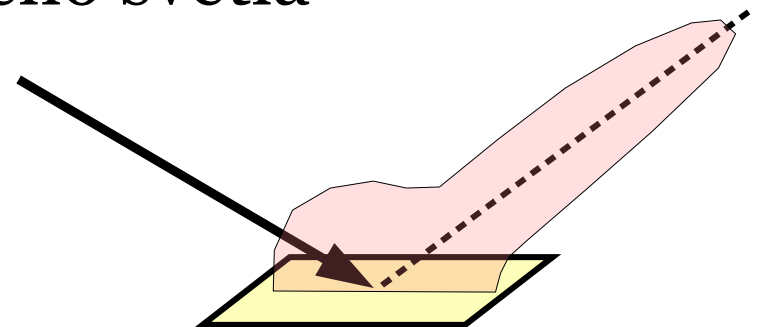
vyzařování zdroje

$$\underline{L_o(x, \omega_o)} = \underline{L_e(x, \omega_o)} + \int f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot \underline{L_o(y, -\omega_i)} \cdot \cos \theta_{xi} d\omega_i$$

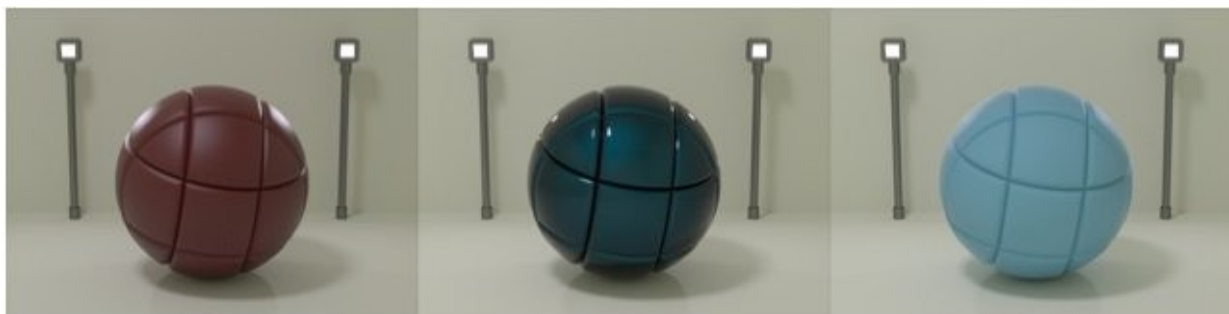


Lokální světelné modely

- ◆ **Bouknight** 1970: difusní (Lambert) a ambient
- ◆ **Gouraud** 1971: interpolace barvy z vrcholů
- ◆ **Phong** 1975: navíc lesklá složka, interpolace normály
- ◆ **Blinn** 1977, **Cook** et al. 1982: „mikroplošky“
- ◆ **Kajiya** 1985, **Cabral** et al. 1987: vylepšení (anizotrop.)
- ◆ **Wolf** 1990: polarizace odraženého světla
- ◆ **Oren-Nayar** 1993: difusní mikroplošky
- ...



Příklady BRDF



(a)

(b)

(c)



(d)

(e)

(f)



(g)

(h)

(i)

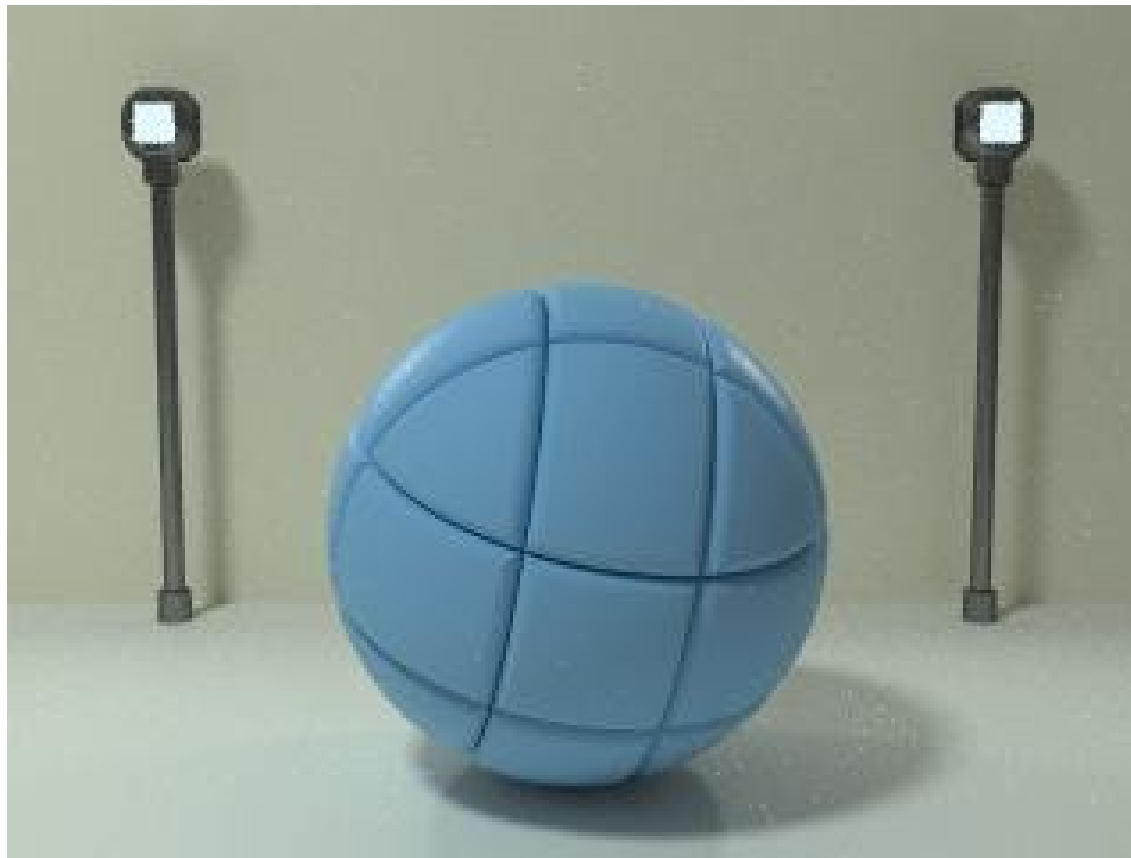
Příklady BRDF



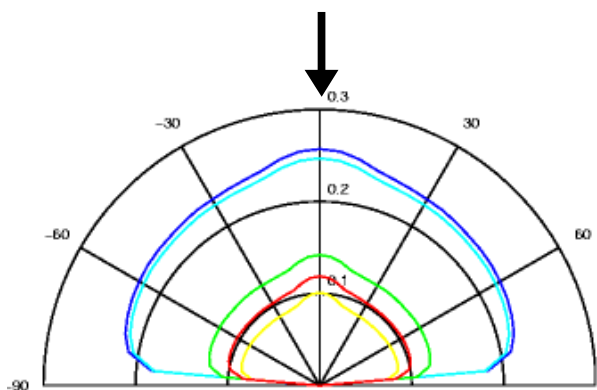
Příklady BRDF – latexový nátěr



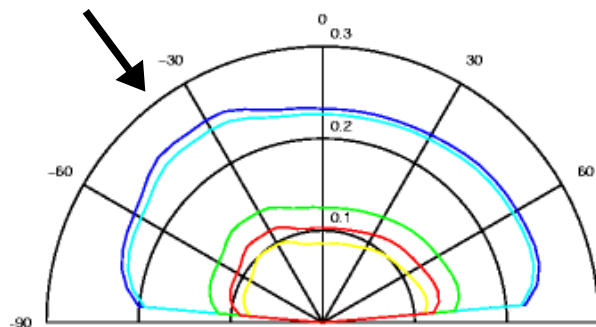
- ◆ stříkaný latexový (matnější) lak



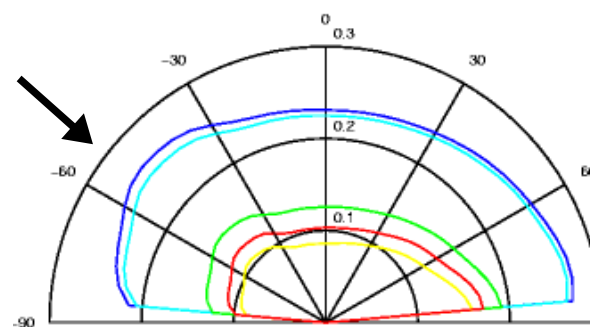
Příklady BRDF – latexový nátěr



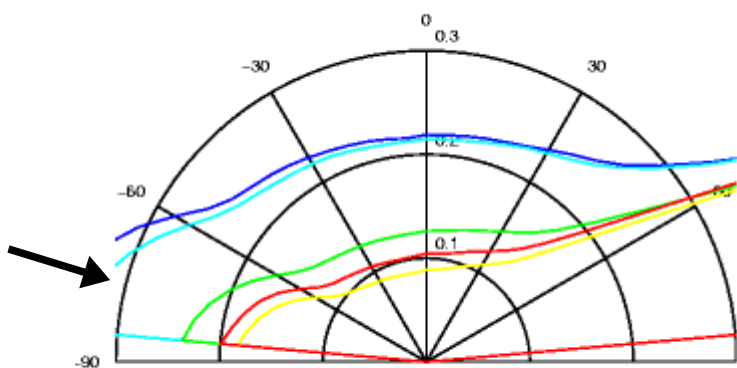
0° (kolmo)



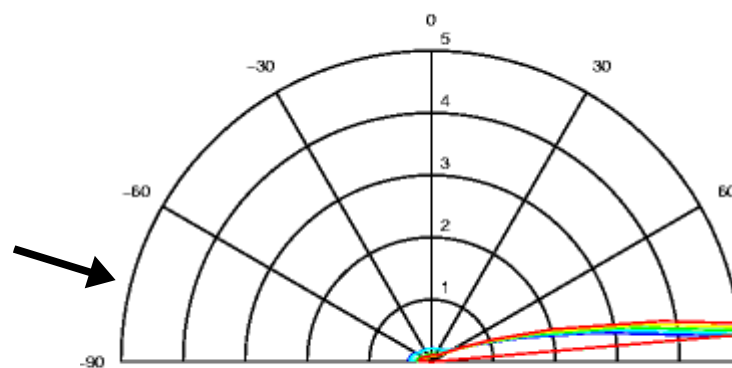
35°



55°



75°



75° (zmenšeno)

Doplnění – radiometrické veličiny



- **výkon** procházející nějakou plochou („radiant flux“):
 $\Phi_i(\Phi_o)$ [W]

$$\Phi = \frac{\partial Q}{\partial t}$$

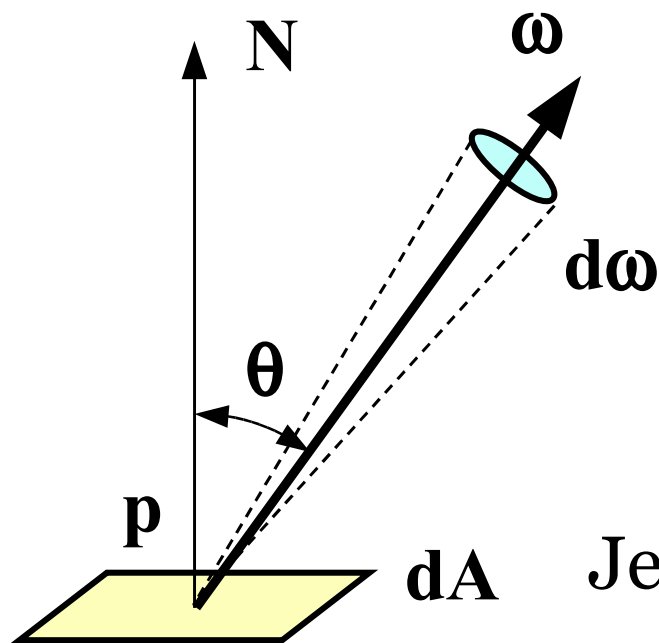
- **radiosita (irradiance)** – hustota výkonu na ploše:
 $B_o(E, B_i)$ [W / m²]

$$E(p) = \frac{\partial \Phi(p)}{\partial A}$$



Radiance – cíl „renderingu“

- přijímaná (výsledná, vlastní) **radiance** v bodě **p** a směru ω : $L_i(p, \omega)$ ($L_o(p, \omega)$, $L_e(p, \omega)$) [W / m² sr]



$$\begin{aligned} L_o(p, \omega) &= \frac{\partial^2 \Phi(p, \omega)}{\partial A \partial \omega \cos \theta} \\ &= \frac{\partial E(p, \omega)}{\partial \omega \cos \theta} \end{aligned}$$

Je **konstantní na paprsku** ve vakuu.
Vyjadřuje **jas** vnímaný okem/kamerou.

Irradiance



- příchozí hustota výkonu – integrace přes celou horní hemisféru:

$$E(p) = \int_{\Omega^+} L_i(p, \omega) \cos \theta \, d\omega$$



Souhlas starších metod s teorií

- ❖ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ❖ historie, přehled používaných přístupů
 - ❖ Ray-tracing, radiační metody
- ❖ teoretické základy – zobrazovací rovnice
 - ❖ **souhlas starších metod s teorií (fyzikou)**
- ❖ metody založené na zobrazovací teorii
 - ❖ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
 - ❖ hybridní metody (efektivita)
 - ❖ Photon-mapping



Operátory šíření světla

Zobrazovací rovnice pro **radianci**:

$$L = e + TL$$

$$L = e + Te + T^2e + T^3e + \dots \quad (\text{Neumannova řada})$$

Integrální **operátor T** lze rozložit na difusní (**D**) a lesklou (**S**) složku odrazu:

$$T = D + S$$

$$L = e + (D + S)e + (D + S)^2e + \dots$$

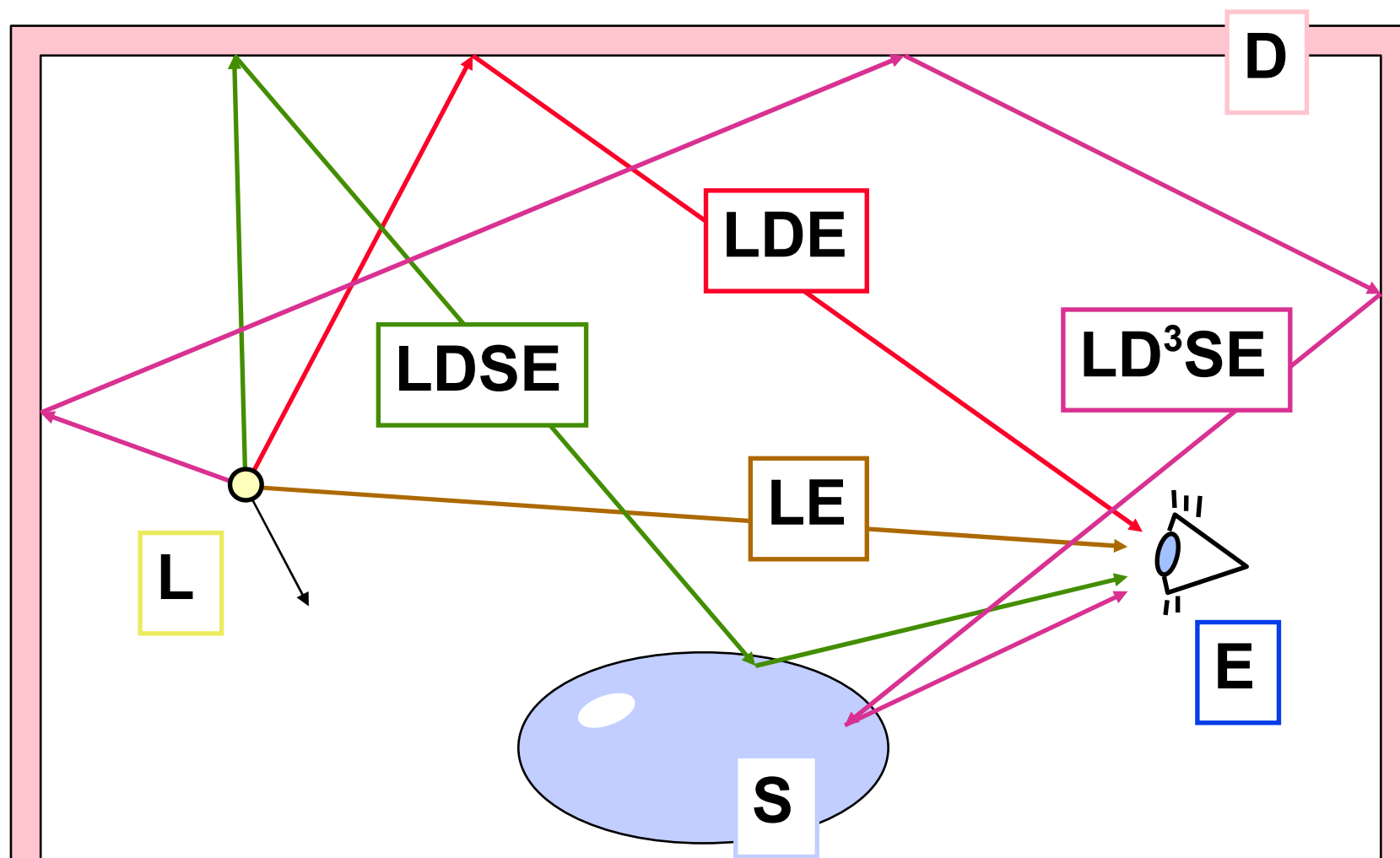
$$L = e + De + Se + DDe + DSe + SDe + SSe + \dots$$



Abeceda regulárních výrazů

- ♦ **zdroj světla L** („light“)
- ♦ **difusní odraz D** („diffuse“)
 - ♦ odraz podle Lambertova zákona (všesměrový)
- ♦ **lesklý odraz S** („specular“)
 - ♦ směrový odraz, odlesk – směrová část BRDF
 - ♦ idealizovaný **zrcadlový odraz: S_M**
- ♦ **oko pozorovatele E** („eye“)
 - ♦ příspěvek výslednému obrazu

Cesty šíření světla





Přehled zobrazovacích metod

- ◆ **stínování** s odlesky a **vrženými stíny** (např. Phongův model): $L (D | S) E$
 - často se ignoruje výpočet vržených stínů
- ◆ **Ray-tracing** (Whitted): $L [D | S] S_M^* E$
 - první lesklý odraz se počítá přesně, ostatní se nahrazují ideálním zrcadlovým odrazem
- ◆ **Distributed Ray-tracing** (Cook): $L [D] S^* E$
 - všechny lesklé odrazy se odhadují korektně



Přehled zobrazovacích metod

- ◆ obyčejná **radiální metoda**: $L D^* E$
 - pouze difusní odraz světla
- ◆ **všechny možné** cesty světla: $L (D | S)^* E$
 - přesné řešení zobrazovacích rovnic, nestranné Monte-Carlo metody
 - první z nich byla „Path-tracing“ (Kajiya)



Monte-Carlo zobrazování

- ❖ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ❖ historie, přehled používaných přístupů
 - ❖ Ray-tracing, radiální metody
- ❖ teoretické základy – zobrazovací rovnice
 - ❖ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ❖ **metody založené na zobrazovací teorii**
 - ❖ **Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)**
 - ❖ hybridní metody (efektivita)
 - ❖ Photon-mapping



Monte-Carlo zobrazování

- ◆ **Monte-Carlo kvadratura:** integrály zobrazovacích rovnic jsou **mnoho-rozměrné**
 - ◆ anti-aliasing, hloubka ostrosti, rozmazání pohybem
 - ◆ Monte-Carlo metody nejsou citlivé na vyšší dimenze
- ◆ integrandy mají mnoho **nespojností** různých druhů
- ◆ obyčejně se nepožaduje velká přesnost
 - ◆ lidské vidění má velmi omezenou absolutní citlivost
 - ◆ běžně postačí relativní přesnost $1/2 \div 4 \%$



Urychlení konvergence M–C

- ◆ „jittering“, „stratified sampling“
 - ◆ vzorkování s nižší diskrepancí
- ◆ vzorkování podle důležitosti („importance sampling“)
 - ◆ hustota pravděpodobnosti podobná integrované funkci
 - ◆ generování vzorků s libovolnou hustotou pravděpodob.
- ◆ kombinované odhady, smíšené heuristiky (různé pr.)
 - ◆ různá vzorkování (= hustoty pravděpodobnosti) pro různé složky integrované funkce
- Metropolis vzorkování (super-nerovnoměrné distr.)

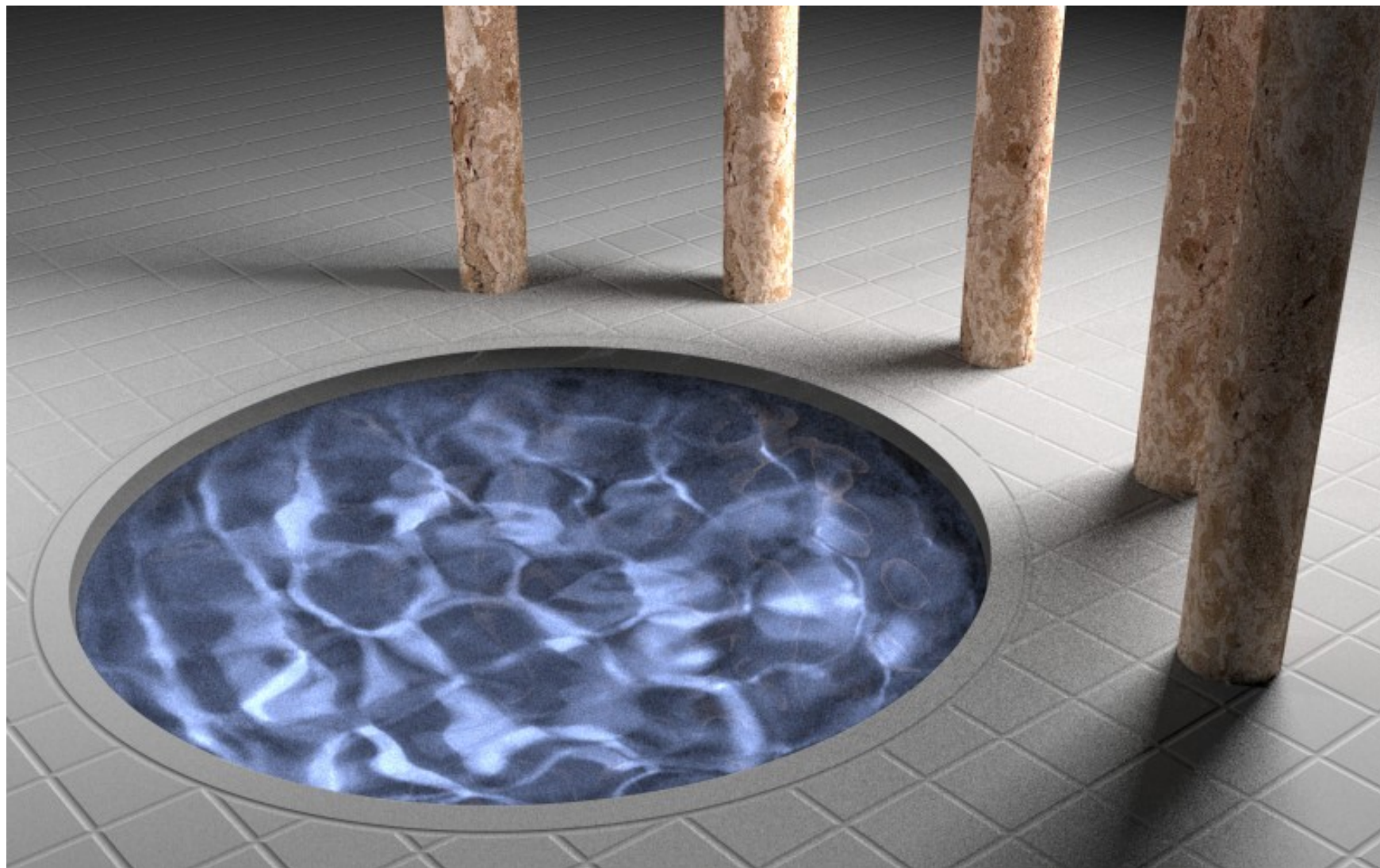
Příklady M-C zobrazování



Příklady M-C zobrazování

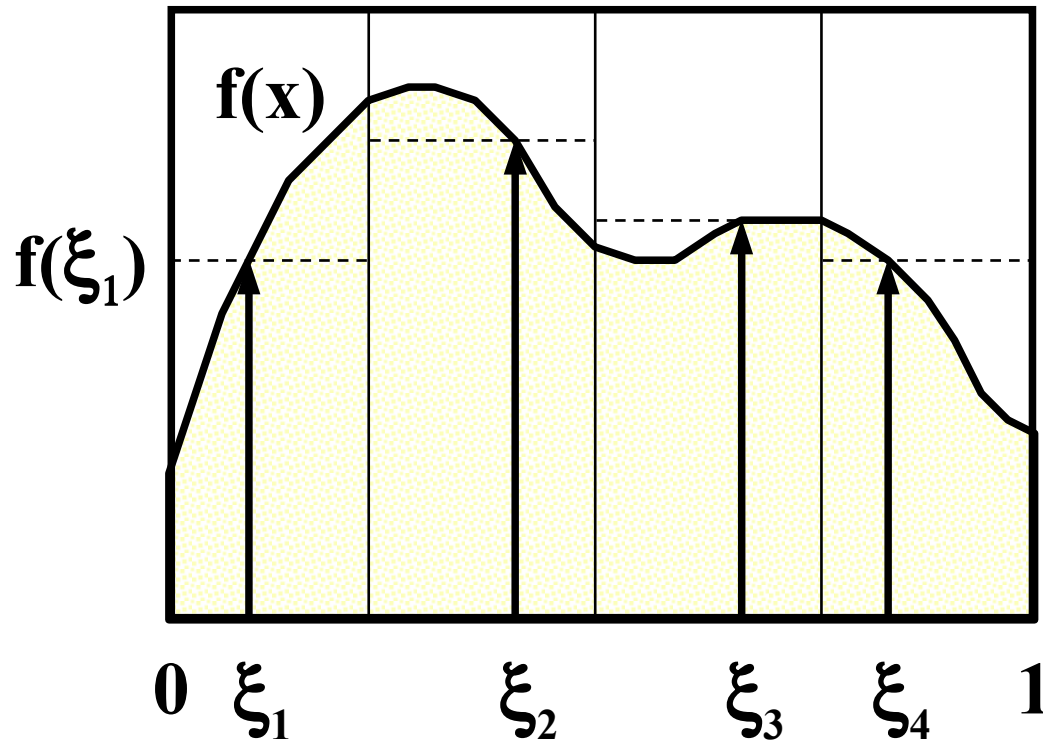


Příklady M-C zobrazování





Stratified sampling



$$\int_0^1 f(x) dx = \sum_{i=1}^N \int_{A_i} f(x) dx$$

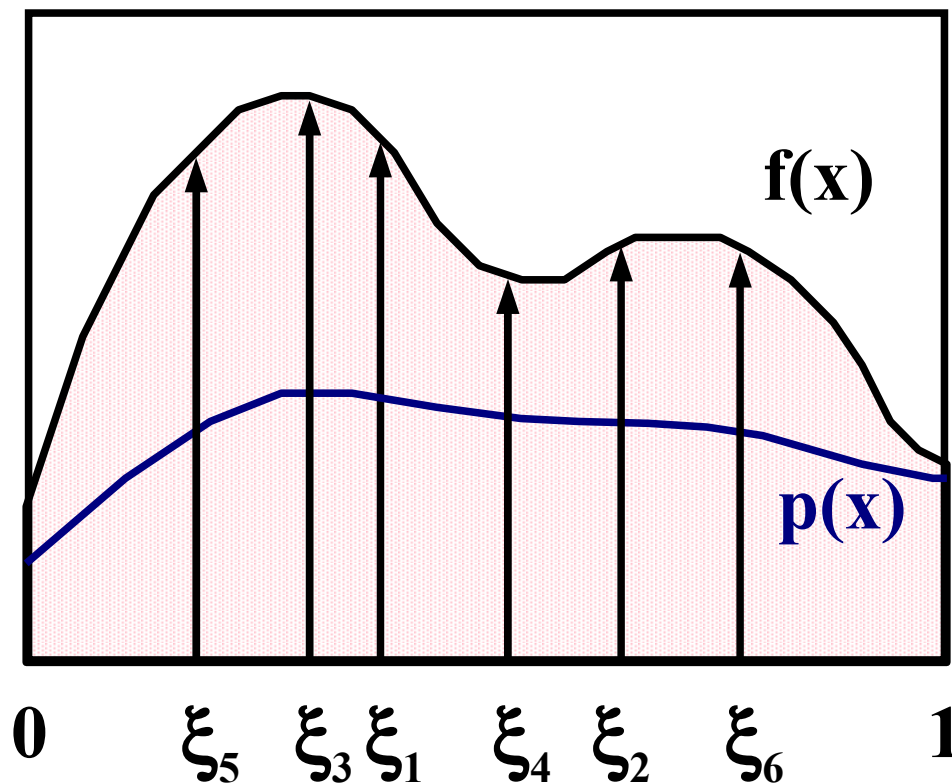
$$\langle I \rangle_{strat} = \sum_{i=1}^N f(\xi_i) \mu(A_i)$$

$$\xi_i \in A_i$$

- „chytrý“ rozklad na subintervaly:
- funkce $f(x)$ má na subintervalech co nejmenší variaci



Importance sampling



$$\int_0^1 f(x) d\mu(x) = \int_0^1 \frac{f(x)}{p(x)} dp(x)$$

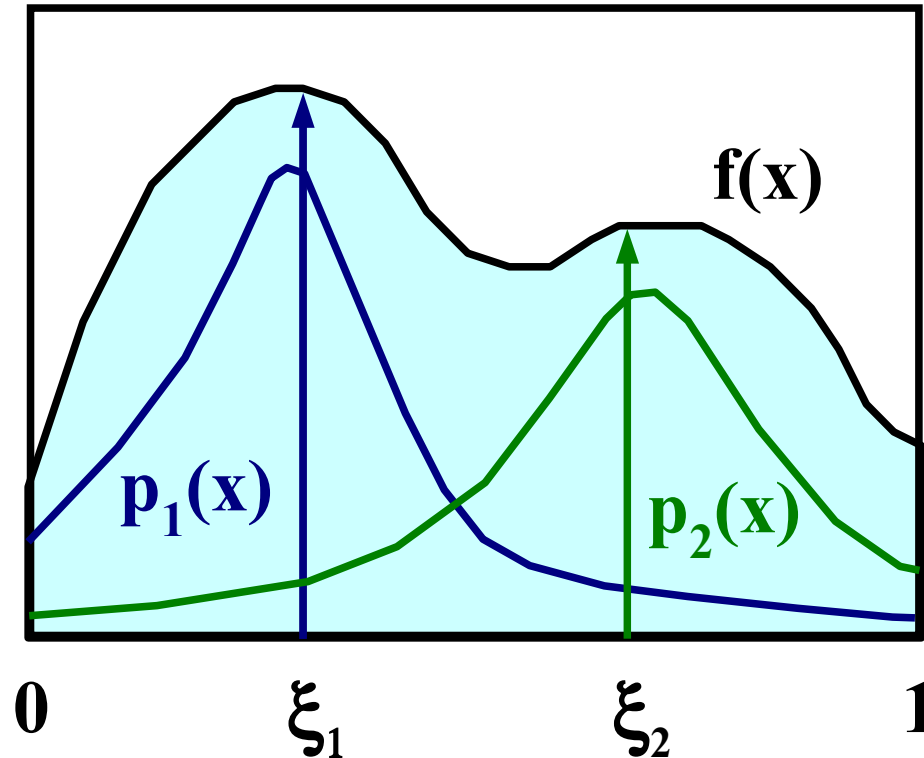
$$\langle I \rangle_{imp} = \frac{f(\xi)}{p(\xi)}$$

$$\xi_i \in Rnd(p)$$

- ◆ hustota $p(x)$ má být co nejpodobnější funkci $f(x)$
- ◆ ?! efektivní generování vzorků podle hustoty $p(x)$!?



Combined sampling



$$\langle I \rangle_{comb} = \sum_{i=1}^N w_i(\xi_i) \frac{f(\xi_i)}{p_i(\xi_i)}$$

$$\xi_i \in Rnd(p_i)$$

$$0 \leq w_i(x)$$

$$\sum_{i=1}^N w_i(x) = 1$$

- odhaduje se podle několika náhodných rozdělání
- každé rozdělání může charakterizovat jinou složku $f(x)$..



Náhodná procházka

- ◆ řešení Fredholmovy soustavy druhého druhu:

$$f(x) = g(x) + \int_0^1 K(x, y) \cdot f(y) dy$$

Diagram illustrating the Fredholm equation of the second kind. The equation is shown with horizontal lines under each term. A red box labeled "neznámá funkce" (unknown function) has a red arrow pointing to the $f(x)$ term and another red arrow pointing to the $f(y)$ term. A green box labeled "zadání" (given) has a green arrow pointing to the $g(x)$ term and another green arrow pointing to the $K(x, y)$ term.

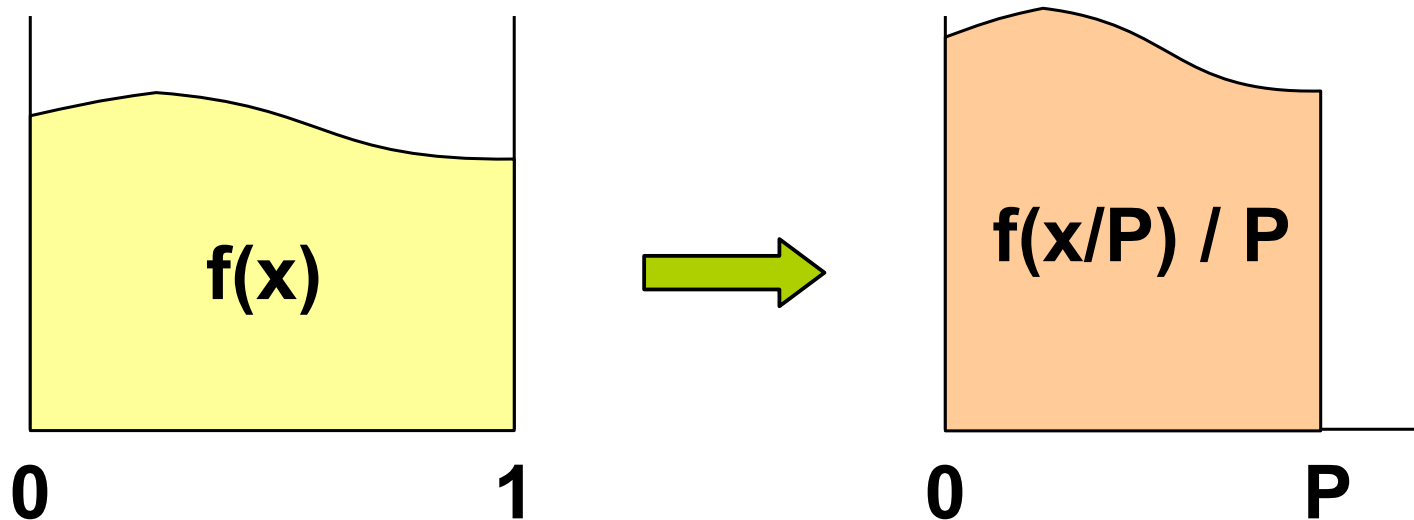
- nekonečná náhodná procházka řízená distribucemi p_i

$$\langle f(x) \rangle_r = \sum_{i=0}^{\infty} \left[\prod_{j=1}^i \frac{K(\xi_{j-1}, \xi_j)}{p_j(\xi_j)} \right] g(\xi_i), \quad \xi_0 = x$$



Ruská ruleta

- odstranění nekonečného výpočtu (řady)
- stochastický přístup: jen s jistou pravděpodobností $P < 1$ se pokračuje (počítá..)
- nutná kompenzace výsledku: P^{-1}



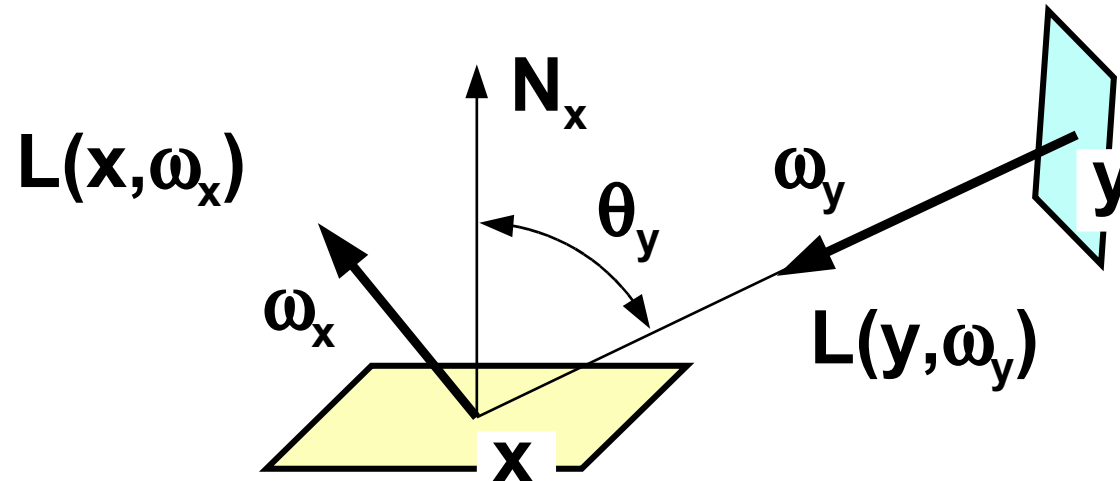
Ruská ruleta pro Neumannovy řady

- odstranění nekonečné procházky:

$$\langle f(x) \rangle_{Russ, r} = \sum_{i=0}^k \left[\prod_{j=1}^i \frac{K(\xi_{j-1}, \xi_j)}{P_j \cdot p_j(\xi_j)} \right] g(\xi_i)$$

- P_j udává pravděpodobnost pokračování v kroku j
 - je logické, aby byla úměrná celkové odrazivosti $\int K(x, y)$
- $p_j(x)$ je distribuce pro výběr dalšího prvku posloupnosti: ξ_j

Zobrazovací rovnice pro radianci



$$\begin{aligned} L(x, \omega_x) &= \\ &= L_e(x, \omega_x) + \int_{\Omega_x^{-1}} f(x, \omega_y \rightarrow \omega_x) \cdot L(y, \omega_y) \cdot \cos \theta_y \, d\omega_y \\ \Phi_o(S) &= \int_A \int_{\Omega_x} L(x, \omega_x) \cdot W_e(x, \omega_x, S) \cdot \cos \theta_x \, d\omega_x \, dA_x \end{aligned}$$



Path-tracing

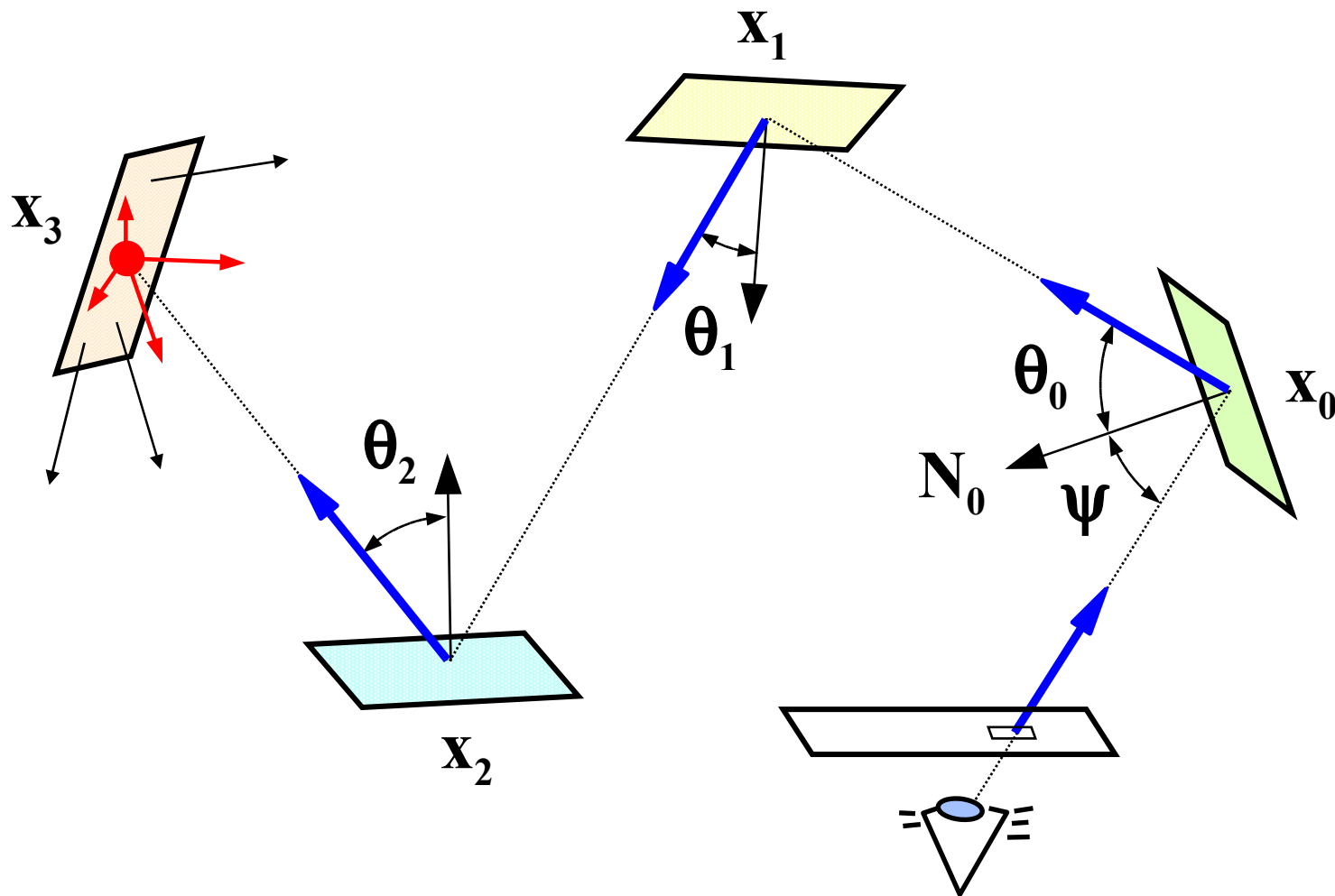
Monte-Carlo odhad toku $\Phi(\mathbf{S})$ i radiance $\mathbf{L}(\mathbf{x}_0, \omega_0)$
(omezení náhodné procházky ruskou ruletou):

$$\langle \Phi(\mathbf{S}) \rangle_{path} = \frac{W_e(x_0, \omega_0, \mathbf{S}) \cdot \cos \psi}{p_0(x_0, \omega_0)} \cdot \sum_{i=0}^k \left[\prod_{j=1}^i \frac{f(x_{j-1}, \omega_j \rightarrow \omega_{j-1}) \cdot \cos \theta_{j-1}}{P_j \cdot p_j(\omega_j)} \right] \cdot L_e(x_i, \omega_i)$$

pravděpodobnost
pokračování krokem $\mathbf{j}$

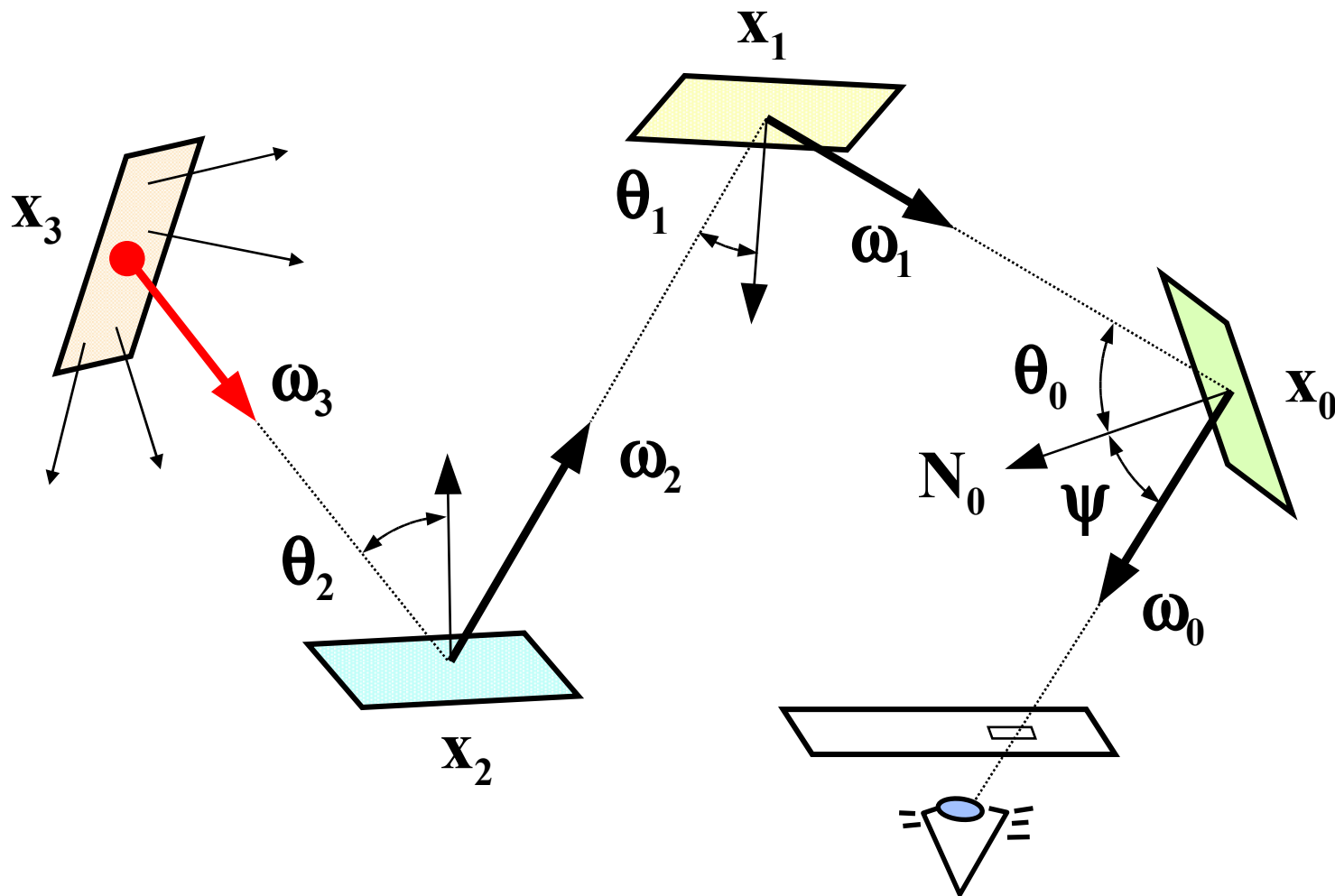
hustota pravděp.
pro vstupní směr ω_j

PT – postup výpočtu (procházka)





PT – šíření světla





Odhad příští události (NEE)

- ♦ obyčejný Path-tracing je velmi **neefektivní**
 - náhodná procházka se musí trefit do zdroje světla!
- ♦ **odhad příští události** („Next Event Estimation“)
 - zařídím příspěvky od zdrojů v každém kroku
- ♦ NEE je nejvýhodnější pro scény s **malými** ale **dobře viditelnými** plochami světelných zdrojů
 - ♦ vzorkování světelných zdrojů tvoří dominantní složku výsledku



Odhad příští události II

Rozdělení **nepřímého osvětlení** na dvě složky:

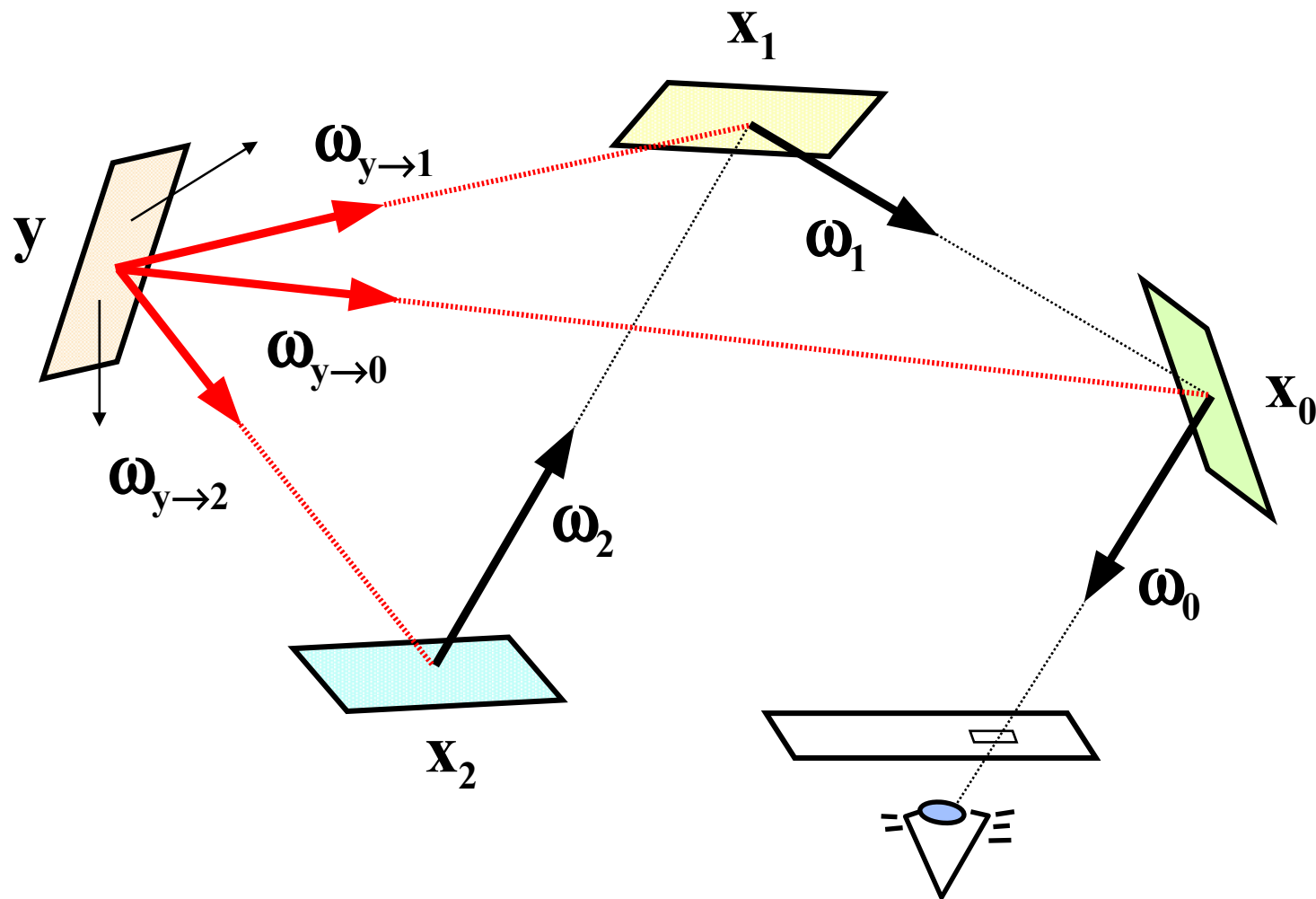
$$L(x, \omega_x) = L_e(x, \omega_x) + L_r(x, \omega_x)$$

$$\underline{L_r(x, \omega_x)} = \int_{\Omega_x^{-1}} f(x, \omega_y \rightarrow \omega_x) \cdot L(y, \omega_y) \cdot \cos \theta_y d\omega_y =$$

$$\begin{aligned} &= \int_A f(x, \omega_y \rightarrow \omega_x) \cdot L_e(y, \omega_y) \cdot G(y, x) dA_y + \\ &+ \int_{\Omega_x^{-1}} f(x, \omega_y \rightarrow \omega_x) \cdot L_r(y, \omega_y) \cdot \cos \theta_y d\omega_y \end{aligned}$$



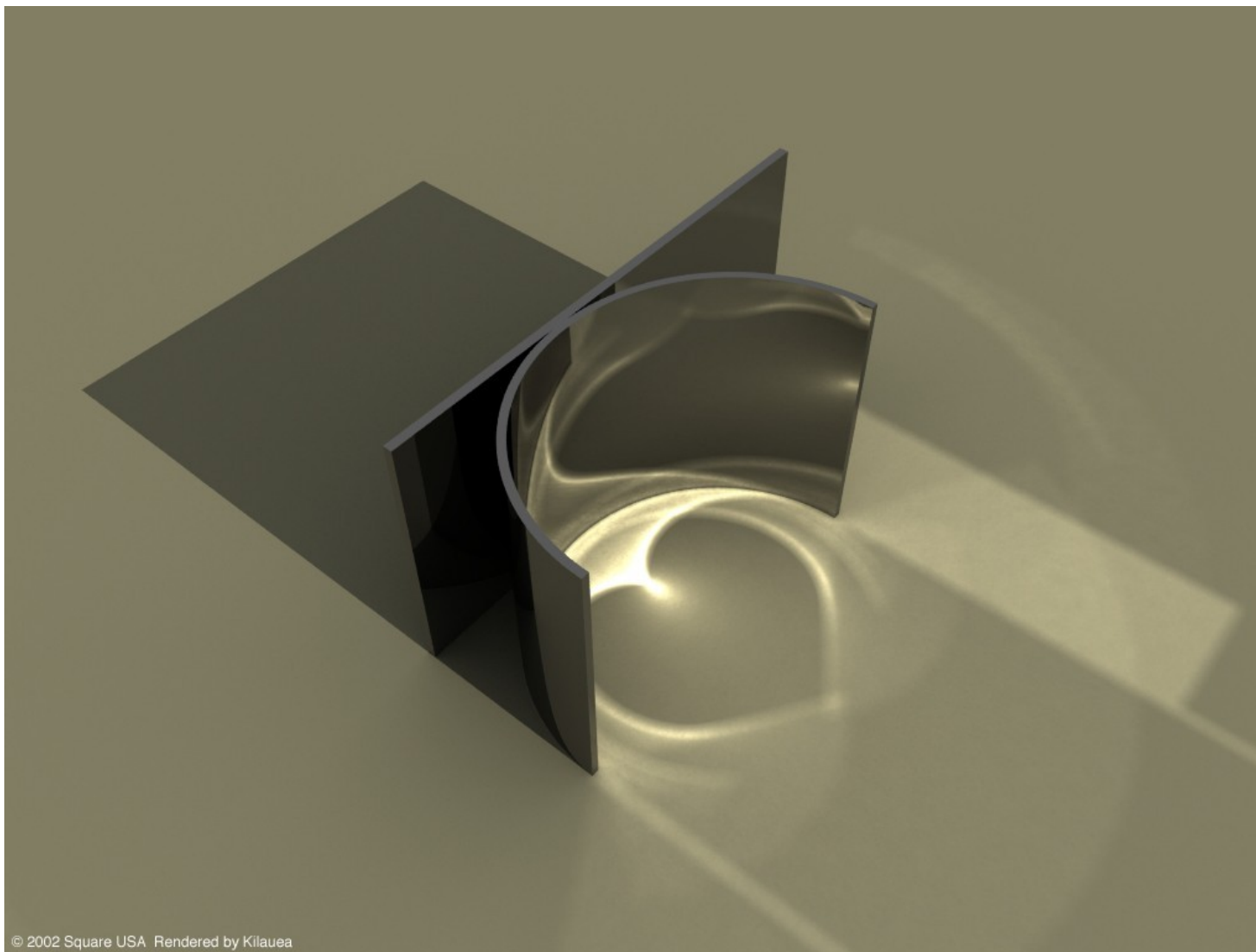
Schema šíření světla (PT+NEE)



Light-tracing - příklad

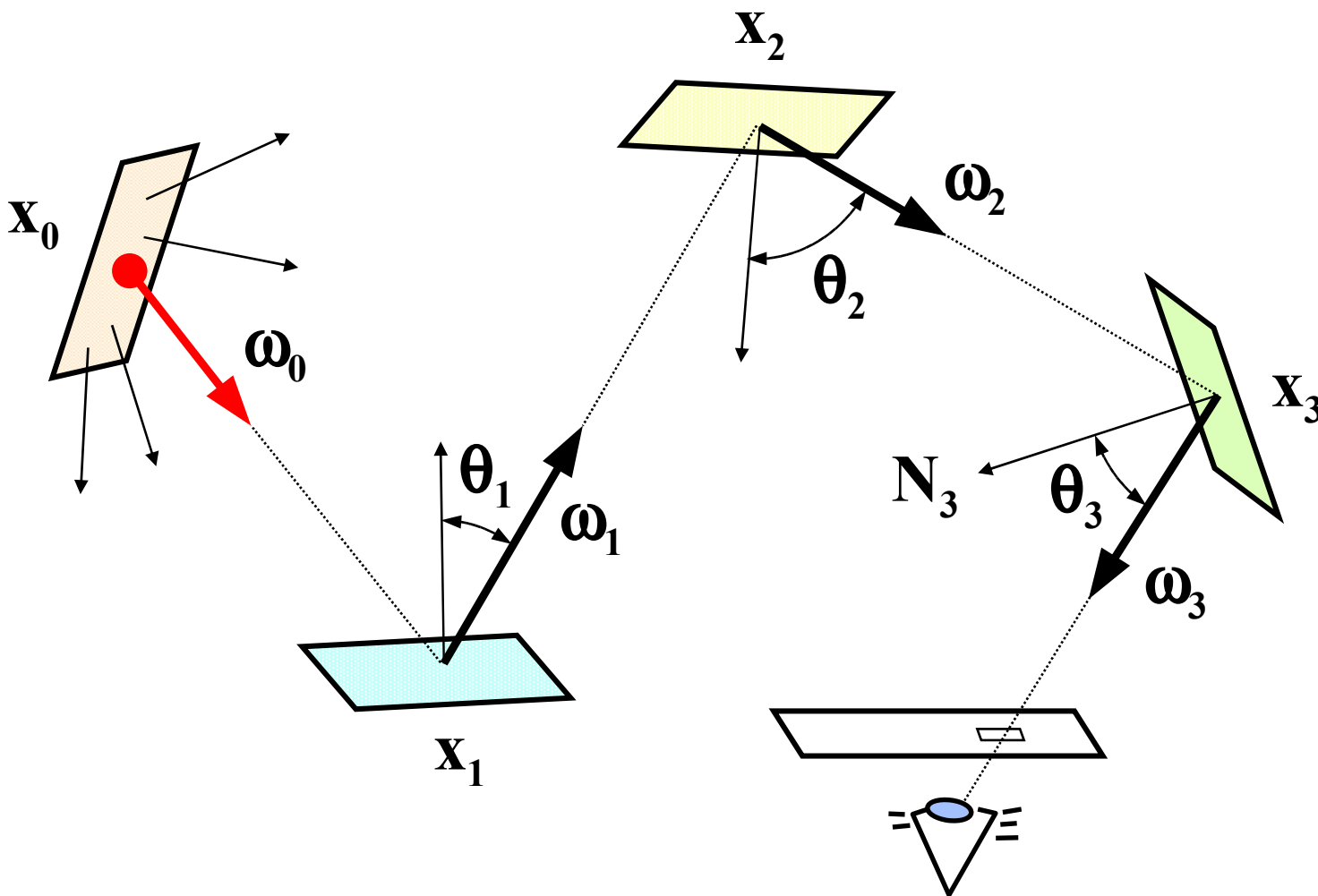


Photon-tracing – příklad (kaustika)



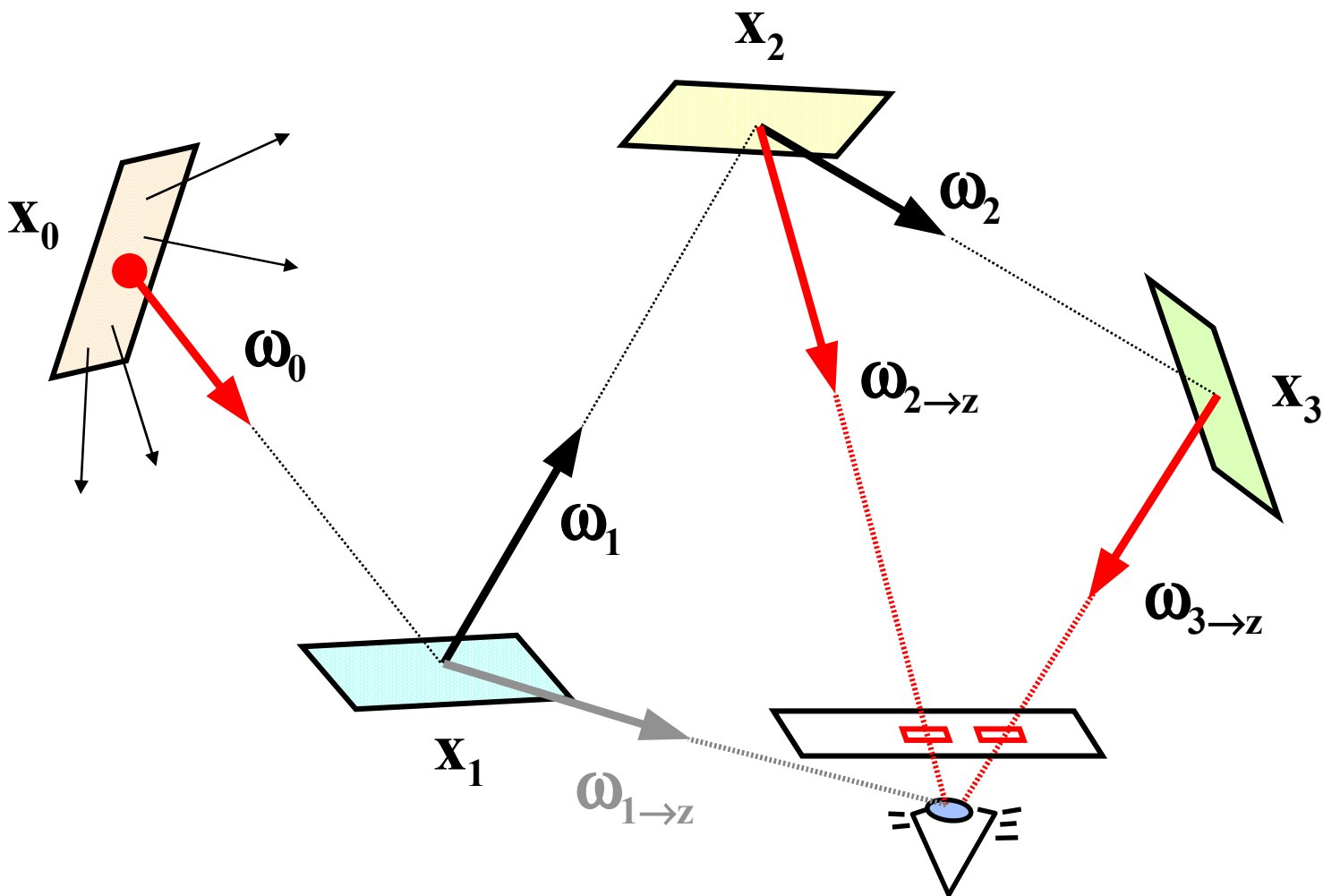


LT – šíření světla (střílení)





NEE pro Light-tracing





Aplikace Light-tracingu

- ◆ **přímý výpočet realistického obrázku**
 - ◆ světlo se přijímá kamerou a ukládá v průmětně
- ◆ **pomocný výpočet** pro některou kombinovanou metodu
 - ◆ světlo se ukládá do tzv. světelných map (fotonové mapy, „Photon-tracing“)
 - ◆ větší suma potenciálu W_e vede k efektivnějšímu výpočtu (nemusí se dělat NEE)
 - ◆ **„Photon-mapping“**: moderní, ale ne zcela korektní metoda zobrazování (Henrik Wann Jensen, 1995)



Obousměrný Path-tracing

Uzavřené i neuzavřené cesty světla:

$$\langle \Phi \mid \mathbf{S} \rangle_{\text{bipath,nee}} = \sum_{i=-1}^k \sum_{j=-1}^{k^*} w_{ij} \mathbf{C}_{ij}$$

$i = -1, j > 0$: cesta od pozorovatele (bez NEE)

$i = 0, j \geq 0$: cesta od pozorovatele se vzorkem na zdroji

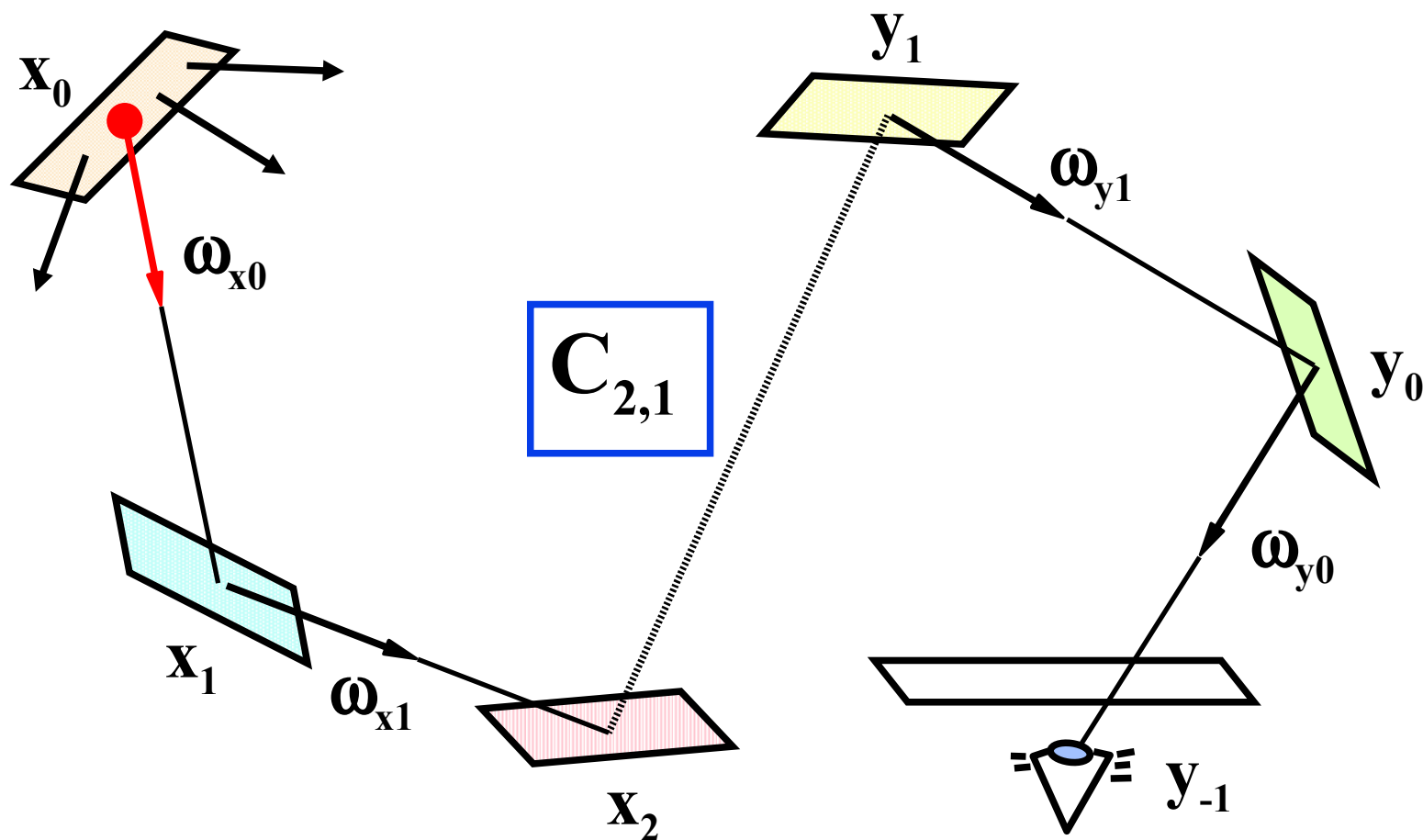
$i > 0, j > 0$: světlo i -krát odražené od zdroje a j -krát od pozorovatele

$i \geq 0, j = 0$: cesta od zdroje se vzorkem na receptoru

$i > 0, j = -1$: cesta od zdroje (bez NEE - neefektivní)

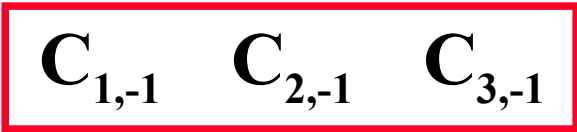
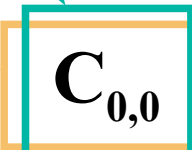
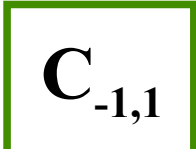
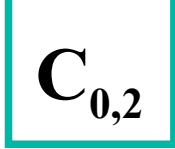


Obecná cesta (obousměrná)





Bidir PT – přehled vzorkování

závislost příspěvku na		vzorku na cestě od zdroje světla			
		x_0	x_1	x_2	x_3
vzorku na cestě od receptoru	y_{-1}	PT 	 $C_{1,-1}$ $C_{2,-1}$ $C_{3,-1}$		
	y_0	 $C_{0,0}$	$C_{1,0}$	$C_{2,0}$	$C_{3,0}$
	y_1	 $C_{-1,1}$	$C_{0,1}$	$C_{1,1}$	$C_{2,1}$
	y_2	 $C_{-1,2}$	 $C_{0,2}$	$C_{1,2}$	$C_{2,2}$

Příklad rozkladu výpočtu



Bidir PT – příklady



Bidir PT – příklady



Bidir PT – příklady





Hybridní metody

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ historie, přehled používaných přístupů
 - ◆ Ray-tracing, radiační metody
- ◆ teoretické základy – zobrazovací rovnice
 - ◆ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ◆ metody založené na zobrazovací teorii
 - ◆ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
 - ◆ **hybridní metody (efektivita)**
 - ◆ Photon-mapping

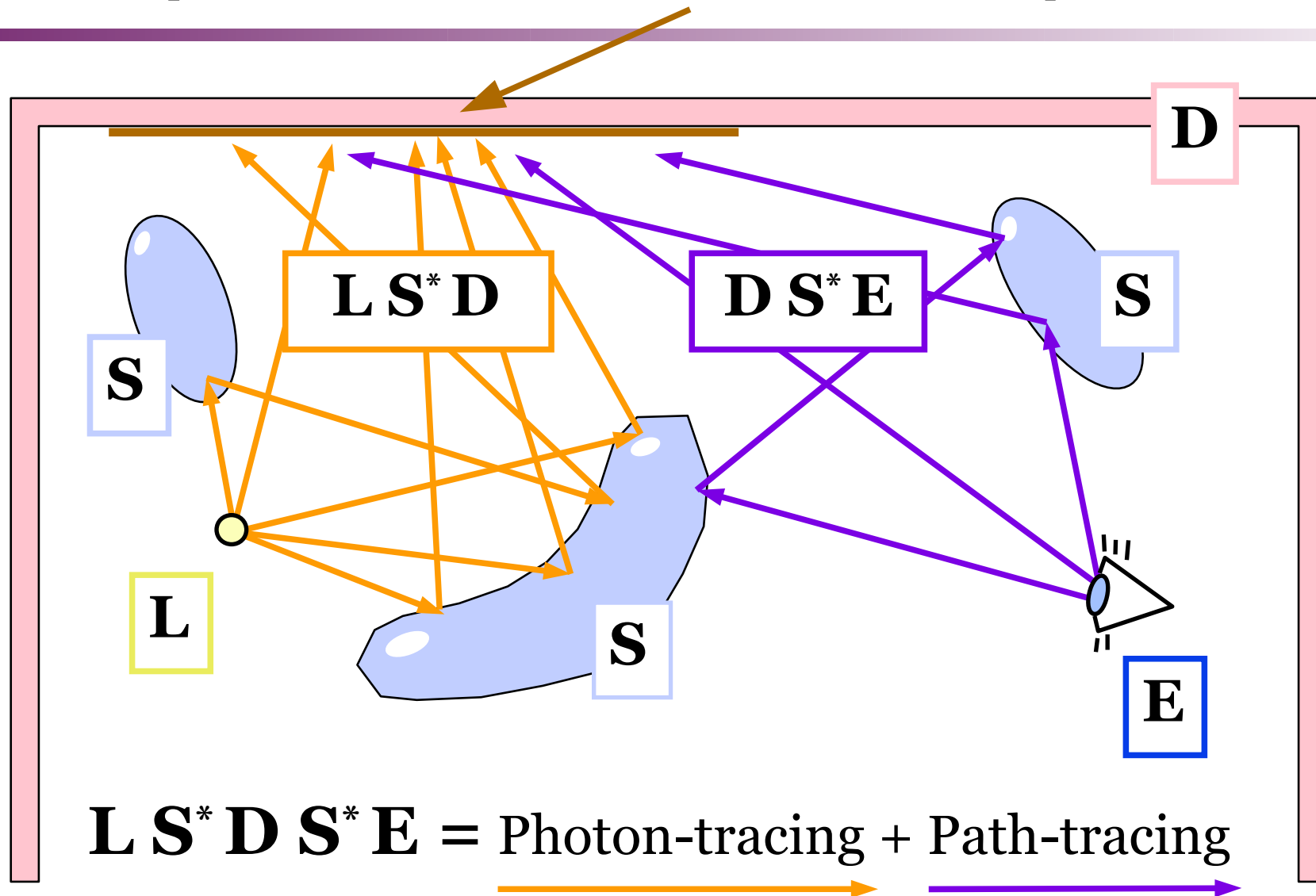


Vícekrokové (hybridní) metody

- ◆ kombinace **radiačních metod** (difusní odrazy) a **sledování paprsku** (lesklé odrazy)
 - ◆ většinou se tyto dva přístupy střídají (algoritmus se dělí na jednotlivé „průchody“ nebo kroky)
- ◆ **radiační přístup** řeší (nepřímé) difusní osvětlení: D^*
- ◆ **sledování paprsku** počítá lesklé odrazy: $S_{[M]}^*$
 - ◆ navíc se používá pro finální průchod (zobrazení)
 - ◆ místo R-T lze použít **Path-tracing** nebo jeho vylepšení



Mezivýsledek = světelná mapa





Optimální hybridní metody

- ◆ rozklad celkové množiny cest světla $L (D | S)^* E$ na disjunktní podmnožiny
 - ◆ každou řešíme algoritmem, který tam nejlépe konverguje
 - ◆ např. difusní šíření světla radiačními metodami nebo pomocí „Irradiance caching“
- ◆ příklad – **Chen et al. (1991)**:
 - ◆ $L [D] S^* E$ – M-C Path-tracing
 - ◆ $L S^+ D S^* E$ – **Photon-tracing** na difusních plochách + **M-C Path-tracing** do první difusní plochy
 - ◆ $L (D|S)^* D S^+ D S^* E$ – **progresivní radiační metoda** (zobecněné form-factory) + **M-C Path-tracing** do 2. dif.pl.



Photon-Mapping

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ historie, přehled používaných přístupů
 - ◆ Ray-tracing, radiační metody
- ◆ teoretické základy – zobrazovací rovnice
 - ◆ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ◆ metody založené na zobrazovací teorii
 - ◆ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
 - ◆ hybridní metody (efektivita)
 - ◆ **Photon-mapping**



Základy Photon-mappingu

- ❖ založen na **vrhání paprsků**
 - libovolná **geometrie scény**
 - využití dlouho laděných **knihoven, urychlovacích technik**, apod.
- světlo se sleduje **zepředu** (od zdroje) i **zezadu** (od kamery)
 - ❖ kamera reprezentuje důležitost (potenciál)
 - ❖ světla jsou zdroje fotonů
- ➡ oddělení geometrie scény od reprezentace světla
 - ❖ umožňuje mít libovolně složitou 3D scénu
 - ❖ reprezentaci světla lze nezávisle optimalizovat



Fotonová mapa (Photon-map)

- ♦ datová struktura ukládající **dopady jednotlivých fotonů**
 - ➡ reprezentuje dobře i velmi variabilní funkci osvětlení
 - ➡ zcela oddělena od geometrie scény
 - ➡ úsporná reprezentace v paměti
- „cache cest světla obousměrného Path-tracingu“
 - ♦ odhad funkce osvětlení však nevykazuje VF šum
 - ♦ .. při stejné kvalitě je mnohem rychlejší než M-C techniky
- ♦ ztráta **nestrannosti** !
 - ♦ ale konzistentní (konverguje při zvětšování počtu fotonů)



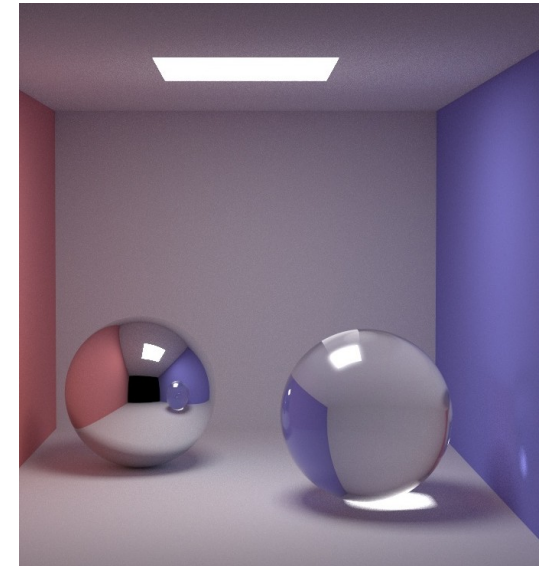
Struktura algoritmu

◆ Photon-tracing

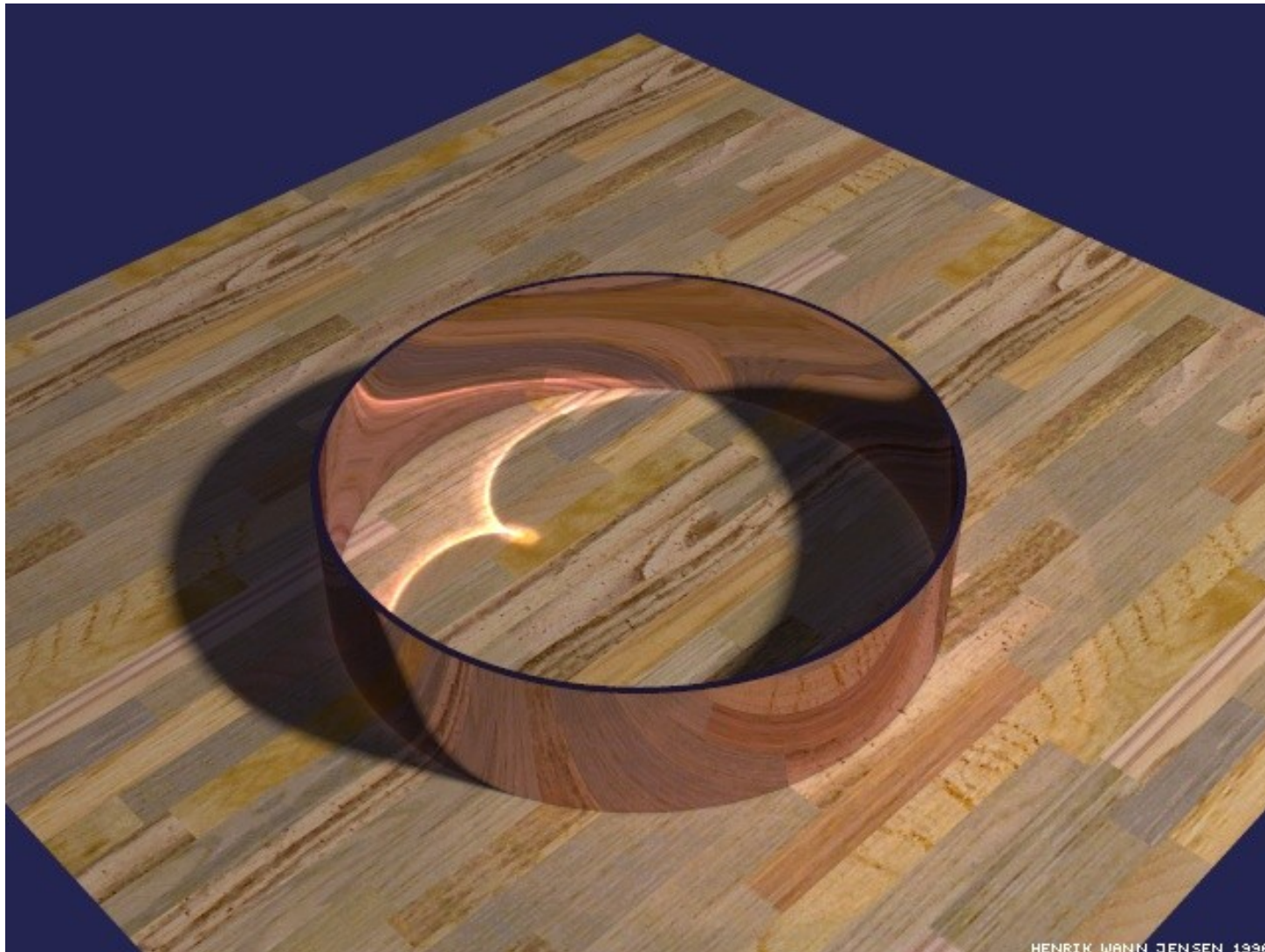
- ◆ fotony jsou generovány světelnými zdroji,
- ◆ propagují se do scény (Monte-Carlo)
- ◆ a ukládají se do fotonových map (**globální** pro pomalé změny a **kaustická** pro koncentraci světla)

◆ zobrazení (Rendering)

- ◆ informace uložené ve fotonové mapě se používají k efektivnímu zobrazení scény
- ◆ obyčejný Ray-tracing nebo
- ◆ Monte-Carlo metoda (Path-tracing)



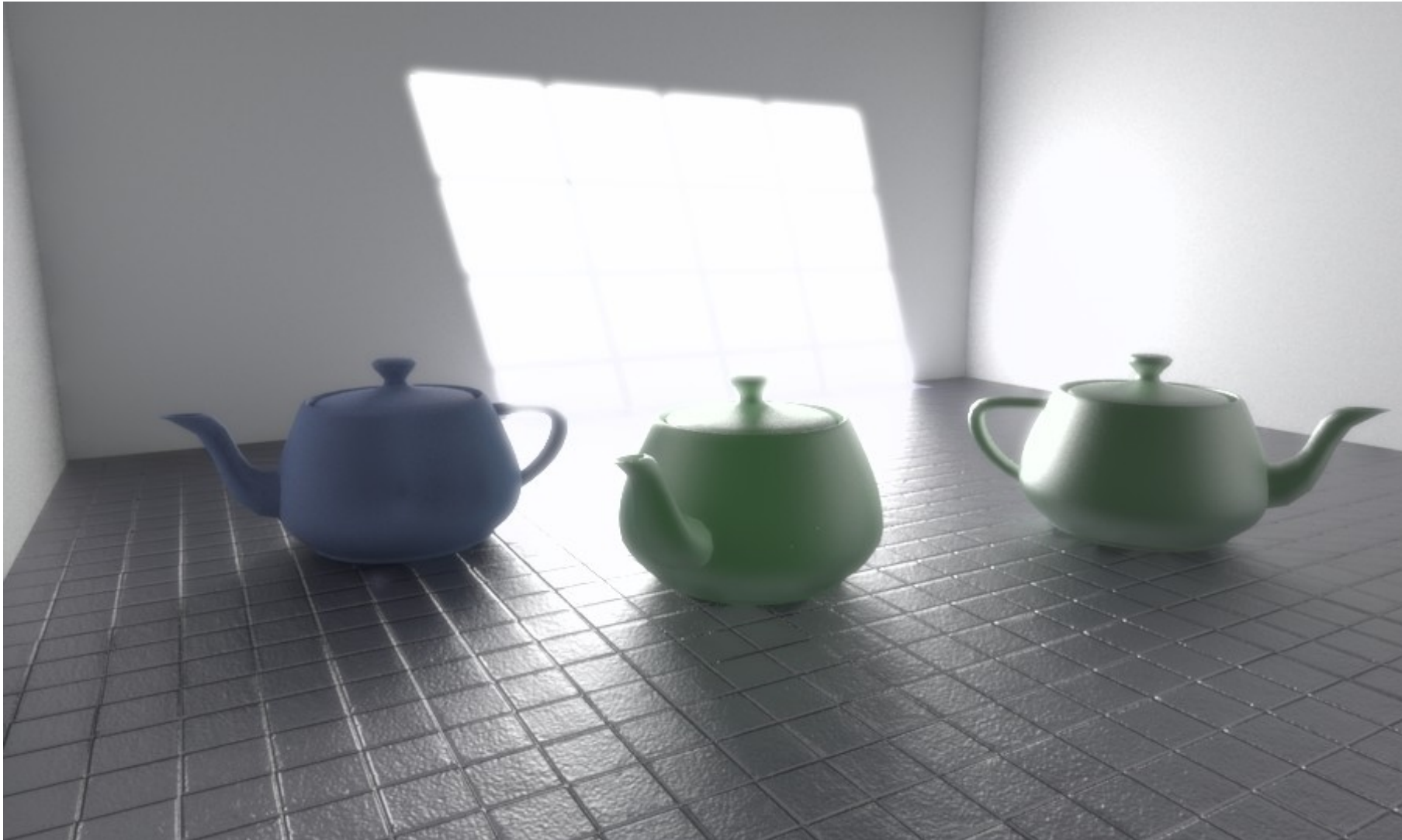
Photon-mapping – příklady



Photon-mapping – příklady



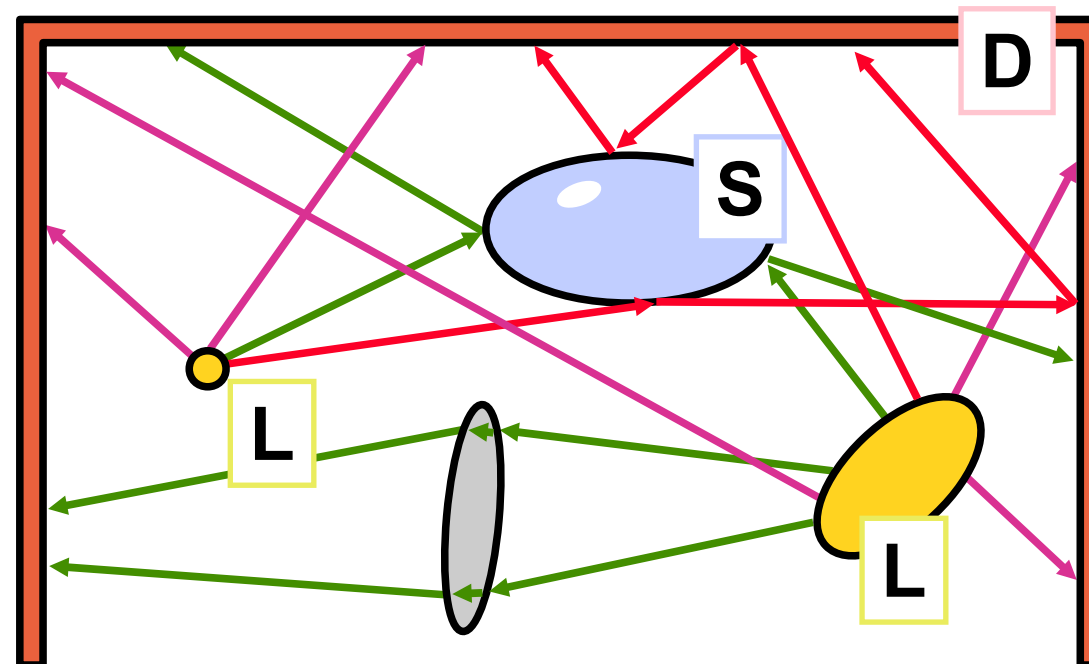
Photon-mapping – příklady





Photon-tracing

- ♦ **generování fotonů** světelnými zdroji,
- ♦ jejich **náhodný průchod scénou** a
- ♦ **ukládání do fotonové mapy**



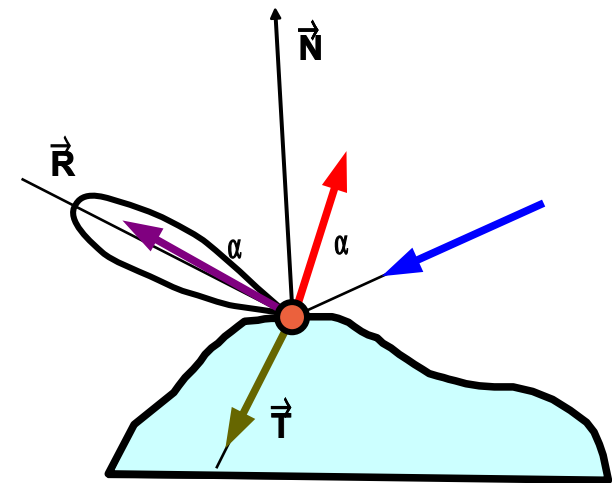


Generování fotonů

- ♦ nejvýhodnější přístup – každý foton nese **stejnou světelnou energii**
- ♦ **náhodné vzorkování** vyzařovacích funkcí světelných zdrojů
 - ♦ „rejection sampling“ pro obtížné distribuce
- ♦ **více světelných zdrojů..**
 - ♦ distribuce mezi nimi na základě jejich celkového výkonu
- ♦ **efektivní vzorkování**
 - ♦ předem připravené **projekční mapy** (viz akcelerace Ray-tracingu)

Průchod scénou (Photon scattering)

- při odrazu nebo lomu by se mohla **měnit energie fotonů**
 - foton. mapa by pak obsahovala neekvivalentní záznamy
- zachování konstantní energie fotonu .. **Ruská ruleta**
 - foton se náhodně **šíří dál s původní energií** nebo **zcela zanikne**
 - **rozhodování** mezi:
 - 1. difusním odrazem (D)
 - 2. lesklým odrazem (S, S_M)
 - 3. lomem
 - na každém difusním povrchu: příspěvek do fotonové mapy





Datová struktura fotonové mapy

foton:

- ♦ **poloha** dopadu (float[3])
- ♦ **směr** dopadu (float[2] nebo komprese do int8[2])
- ♦ **energie** fotonu (RGB, spektrum nebo RGBE = int8[4])
- ♦ příznaky pro konstrukci stromu (např. „splitting plane“)
- ♦ fotonová mapa musí být **rychlá** i při **velkém množství záznamů**
 - ♦ 10^5 až 10^7 jednotlivých záznamů
 - ♦ operace: **rychlé vyhledávání nejbližších sousedů**
 - K nejbližších nebo všech v daném okolí (poloměr R)
 - ♦ osvědčil se **KD-strom** (binární, data ve všech uzlech)



KD–strom

- ♦ ve fázi konstrukce se jen ukládají záznamy, před použitím je dobré ho **vyvážit**
- ♦ **optimalizace** pro geometrické vyhledávání:
 - ♦ **směr dělení** (splitting plane) se určí podle složky souřadnic s maximálním rozsahem (nebo rozptylem)
 - ♦ uložení v poli – **bez použití ukazatelů** !
- ♦ à la Jensen:
 - ♦ uložení jako halda (potomci mají indexy **$2i$** a **$2i+1$**)
- ♦ à la Hooley („cache-friendly“):
 - ♦ medián se nechává na místě, zbytek jako v quick-sortu



Hledání nejbližších sousedů

- ◆ používá se **halda** pro uložení větví, do kterých jsem ještě nevstoupil
- ◆ ořezávání průchodu:
 - ◆ podle vzdálenosti již nalezeného K-tého nejbližšího fotonu (hledám-li K nejbližších)
 - ◆ podle daného poloměru vyhledávání R



Odhad radiance I

Vyzařovaná **radiance** z bodu **x**:

$$L_r(x, \omega_o) = \int_{\Omega} f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot \underline{L_i(x, \omega_i)} \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i$$

Vyjádření pomocí **světelného toku**:

$$L_r(x, \omega_o) = \int_{\Omega_x} f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot \frac{\partial^2 \Phi_i(x, \omega_i)}{\partial A_i}$$



Odhad radiance II

Odhad radiance z **fotonové mapy v okolí bodu x**:
(najdu **n** nejbližších fotonů)

$$L_r(x, \omega_o) \approx \sum_{p=1}^n f_r(x, \omega_p \rightarrow \omega_o) \cdot \frac{\Delta \Phi_p(x, \omega_p)}{\Delta A}$$

Při **kruhovém** okolí (n-tý foton má vzdálenost **r**):

$$L_r(x, \omega_o) \approx \frac{1}{\pi r^2} \sum_{p=1}^n f_r(x, \omega_p \rightarrow \omega_o) \cdot \Delta \Phi_p(x, \omega_p)$$



Filtrace ve fotonové mapě

- ◆ pokud se použije menší množství fotonů, průběh odhadu radiance je rozmazaný (... „box filter“)
 - ◆ obzvlášť vadí u kaustické mapy
- ◆ vhodnější filtry zdůrazňují záznamy ve středu prohledávání
 - ◆ kuželový filtr
 - ◆ Gaussovský filtr
 - ◆ **diferenciální kontrola** – pokud se přidáváním dalších (vzdálenějších) fotonů odhad monotónně mění, ukončím přidávání a vrátím aktuální výsledek



Globální zobrazování I

Shrnutí již dříve uvedených vzorců:

$$L_o(x, \omega_o) = L_e(x, \omega_o) + L_r(x, \omega_o)$$

Odražená radiance:

$$L_r(x, \omega_o) = \int_{\Omega_x} f_r(x, \omega_i, \omega_o) \cdot L_i(x, \omega_i, \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i$$

Složky funkce odrazivosti:

$$f_r(x, \omega_i, \omega_o) = f_{r,d}(x, \omega_i, \omega_o) + f_{r,s}(x, \omega_i, \omega_o)$$



Globální zobrazování II

Klasifikace přicházející radiance L_i :

$L_{i,l}(x, \omega_i)$ světlo přicházející přímo ze světelných zdrojů $\mathbf{L}$

$L_{i,c}(x, \omega_i)$ kaustika – světlo ze zdrojů koncentrované lesklými odrazy/lomy $\mathbf{L} \mathbf{S}^+$

$L_{i,d}(x, \omega_i)$ nepřímé světlo odražené minimálně jedenkrát difusně $\mathbf{L} \mathbf{S}^* \mathbf{D} (\mathbf{D}|\mathbf{S})^*$

$$L_i(x, \omega_i) = L_{i,l}(x, \omega_i) + L_{i,c}(x, \omega_i) + L_{i,d}(x, \omega_i)$$



Globální zobrazování III

Odražená radiance (vynechán bod odrazu $\mathbf{x}$):

$$\begin{aligned} L_r(\omega_o) = & \int_{\Omega_x} f_r(\omega_i, \omega_o) \cdot L_{i,l}(\omega_i, \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i + \\ & \int_{\Omega_x} f_{r,s}(\omega_i, \omega_o) \cdot (L_{i,c}(\omega_i, \omega_o) + L_{i,d}(\omega_i, \omega_o)) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i + \\ & \int_{\Omega_x} f_{r,d}(\omega_i, \omega_o) \cdot L_{i,c}(\omega_i, \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i + \\ & \int_{\Omega_x} f_{r,d}(\omega_i, \omega_o) \cdot L_{i,d}(\omega_i, \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i \end{aligned}$$



Přesnost výpočtů

◆ „přesný“ výpočet

- ◆ je-li bod x přímo vidět na obrázku .. nebo
- ◆ je-li vidět přes několik málo lesklých odrazů .. nebo
- ◆ je-li paprsek velmi krátký (eliminace „color bleeding“)

◆ přibližný výpočet

- ◆ v ostatních případech
- ◆ .. jestliže byl paprsek od oka odražen alespoň jednou difusně
- ◆ .. nebo má-li paprsek malou váhu (kumulovaný koeficient odrazu)



Přímé osvětlení

Světlo dopadající přímo ze světelných zdrojů:

$$\int_{\Omega_x} f_r(\omega_i, \omega_o) \cdot L_{i,l}(\omega_i, \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i$$

- ✦ v R-T se počítá pomocí stínovacích paprsků
 - ✦ vícenásobné paprsky pro plošné zdroje („Distr. R-T“)
- ✦ přesný výpočet: stínovací paprsky nebo foton. mapa
 - ✦ urychlení .. fotonová mapa obsahuje i „**stínové fotony**“
- ✦ přibližný výpočet: jen podle globání fotonové mapy
 - ✦ bez jakýchkoli sekundárních paprsků



Zrcadlový a lesklý odraz

Nepřímé světlo odražené lesklou složkou BRDF:

$$\int_{\Omega_x} f_{r,s}(\omega_i, \omega_o) \cdot (L_{i,c}(\omega_i, \omega_o) + L_{i,d}(\omega_i, \omega_o)) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i$$

- ◆ klasická Monte-Carlo technika („Distributed R-T“)
 - ◆ přesnost úplně stačí i v náročnějších situacích (přímá viditelnost)
 - ◆ pro uspokojivou přesnost výsledku stačí použít pouze několik odražených paprsků



Kaustika

Světlo ze zdroje koncentrované na matném povrchu:

$$\int_{\Omega_x} f_{r,d}(\omega_i, \omega_o) \cdot L_{i,c}(\omega_i, \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i$$

- ◆ přesný výpočet: kaustická fotonová mapa
 - ◆ tato mapa obsahuje velkou koncentraci fotonů, přesnost je tedy velká (ostrá kaustika)
- ◆ přibližný výpočet: podle globání fotonové mapy



Mnohonásobný měkký odraz

Světlo odražené mnohokrát difusně:

$$\int_{\Omega_x} f_{r,d}(\omega_i, \omega_o) \cdot L_{i,d}(\omega_i, \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i$$

- přesný výpočet: „Distributed R-T“ (Monte-Carlo)
 - ♦ optimalizace vzorkování podle globální fotonové mapy (znám směry dopadů fotonů v okolí daného bodu)
 - ♦ další urychlení: „Irradiance caching“ (Ward 1988)
- přibližný výpočet: podle globální fotonové mapy



Literatura – knihy

- ◆ Andrew Glassner: ***Principles of Digital Image Synthesis***, Morgan Kaufmann, 1995
- ◆ Henrik Wann Jensen: ***Realistic Image Synthesis Using Photon Mapping***, A K Peters, 2001
- ◆ Matt Pharr, Greg Humphreys: ***Physically Based Rendering, 2nd Edition: From Theory To Implementation***, Morgan Kaufmann, 2010
- ◆ Philip Dutre, Kavita Bala, Philippe Baekert: ***Advanced Global Illumination***, A K Peters, 2006



Literatura

- ◆ Eric Veach, Leonidas J. Guibas: ***Optimally Combining Sampling Techniques for Monte Carlo Rendering***, SIGGRAPH'95 Proceedings
- ◆ Eric Lafortune: ***Mathematical Models and Monte Carlo Algorithms for Physically Based Rendering***, PhD thesis, KU Leuven, 1996
- ◆ Eric Veach: ***Robust Monte Carlo Methods for Light Transport Simulation***, PhD Thesis, 1997
- ◆ Henrik Wann Jensen et al.: ***A Practical Guide to Global Illumination using Photon Mapping***, SIGGRAPH 2002 Course

Úloha 1:

Rekurzivní sledování paprsku (ray-tracing) je metoda, která posílá každým pixelem výsledného obrázku jeden paprsek aby zjistila, která barva se v daném pixelu má zobrazit. Paprsek ve virtuální 3D scéně může narazit na těleso. V takovém případě se posílají další paprsky, jeden z tohoto průsečíku ke každému světelnému zdroji (aby se zjistilo, leží-li průsečík ve stínu či nikoli), jeden rekurzivně pro lesklý povrch a jeden rekurzivně pro případný průhledný materiál. Maximální hloubka rekurze bývá omezena konstantou K , např. $K = 10$ (maximálně 10 odrazů nebo lomů za sebou).

Spočítejte přibližně, **kolik paprsků** bude potřeba spočítat pro obrázek se dvěma milióny pixely, když je ve scéně umístěno 150 skleněných koulí, 3 světelné zdroje a předpokládáme pravděpodobnost zasažení aspoň jednoho tělesa ve scéně $p = 0,6$ pokud paprsek začíná vně tělesa (předpokládáme zde shodnou pravděpodobnost pro všechny druhy paprsků – primární, stínovací, odražené). Maximální hloubka rekurze je nastavena na $K = 6$. Výpočet komentujte/vysvětlete.

Úloha 2:

Navrhněte vzorečky (algoritmus) pro co nejrychlejší výpočet **průsečíku paprsku s koulí** v 3D scéně. Paprsek je dán svým počátkem $\mathbf{P}_0 [x,y,z]$ a směrovým vektorem $\mathbf{P}_1 [x,y,z]$. Koule je zadána středem $S [x,y,z]$ a poloměrem R . Je potřeba spočítat přesnou souřadnici $[x,y,z]$ nejbližšího průsečíku nebo odpovědět, že průsečík neexistuje. Uvažujte, že pro počítač jsou nejrychlejší operace „+“, „-“, „*“ (násobení), naopak pomalejší je „/“ nebo odmocnina.

Úloha 3:

Navrhněte co nejrychlejší postup výpočtu **průsečíku paprsku** (počátek $\mathbf{P}_0$ $[x,y,z]$ a směrový vektor $\mathbf{P}_1$ $[x,y,z]$) **s libovolným trojúhelníkem ABC** (jsou zadány jeho vrcholy) ležícím v 3D prostoru. Je potřeba spočítat přesnou souřadnici $[x,y,z]$ průsečíku nebo odpovědět, že průsečík neexistuje.

Úloha 4:

Navrhněte, jakým způsobem by se dal základní postup **počítání vržených stínů** v ray-tracingu vylepšit, aby se ve scéně zobrazily **měkké stíny** od plošných zdrojů světla. Stačí uvažovat obdélníkový zdroj světla svítící všemi směry. Připomínáme, že základní výpočet stínu předpokládá bodový zdroj a jeden stínovací (testovací) paprsek od daného bodu/průsečíku k tomuto zdroji.

Diskutujte, jak by se zavedením vašeho postupu s plošnými zdroji světla celý algoritmus zpomalil.