

# Trisekce úhlu, kvadratura kruhu a podobné “nemožné” úlohy

Mirko Rokyta, KMA MFF UK Praha

V roce 430 před naším letopočtem sužoval starořecké Athény mor. Athéňané se vydali na ostrov Délos v Egejském moři (zde se podle pověsti narodil bůh Apollón, do jehož resortu všechny problémy s morem patřily), aby od místních věstců získali informaci, jak se s morem vypořádat. Bylo jim řečeno, že mají ve svém domovském chrámu postavit nový oltář, jehož objem bude dvojnásobkem objemu jejich současného oltáře. Protože tento oltář měl přesně krychlový tvar, byli Athéňané postaveni před úkol zkonstruovat krychli o dvojnásobném objemu než je zadaná krychle. Veškeré geometrické konstrukce té doby navíc bylo povoleno provádět pouze s použitím pravítka a kružítka.

Taková je stručná historie jednoho ze tří slavných starověkých geometrických problémů, tzv. Delského problému. Ony tři starověké úlohy jsou tyto:

- *Zdvojnásobení krychle*, to jest nalezení hrany krychle o dvojnásobném objemu než je zadaná krychle.
- *Kvadratura kruhu*, to jest nalezení strany čtverce, jehož obsah je roven zadanému kruhu.
- *Trisekce úhlu*, to jest rozdělení daného úhlu na třetiny.

Ve všech případech přitom platí, že úkolem je provést dané konstrukce pouze s pomocí pravítka a kružítka.

Možná je některým z čtenářů známo, že v průběhu staletí matematici ukázali, že *žádnou* z požadovaných tří konstrukcí pouze pravítkem a kružítkem provést *nelze* (usuzujeme tedy, že mor v Athénách se tehdy povedlo zažehnat nějakou jinou metodou). To je výsledek poněkud překvapující, proto se nelze divit, že se dodnes vyskytují pokusy ukázat, že to přece jenom lze, a že ti, kdo nemožnost takových konstrukcí ukázali, se musí mýlit.

V kurzu si položíme následující otázky:

1. Čím to, že žádná z uvedených tří klasických starověkých geometrických úloh opravdu nejde vyřešit pouze pomocí pravítka a kružítka? Nebo jinak: opravdu to nejde, nebo to jenom “zatím” neumíme? Jak se vlastně ukáže, že něco takového opravdu “nejde”?
2. Když už to teda nejde pravítkem a kružítkem, šlo by to sestrojít pomocí nějaké jiné, rafinovanější sady geometrických pomůcek? A pokud ano, jak to jde “co nejjednodušeji” provést? A jak vypadá taková “co nejjednodušší” sada geometrických pomůcek, která dané konstrukce zvládne?

Zkusíme se pak přesvědčit o tom, že odpovědi jsou zhruba následující:

1. Opravdu to nejde. A existuje přesvědčivý argument, který to ukazuje.
2. Na druhou stranu je pravda, že existují poměrně jednoduché postupy, využívající kromě pravítka a kružítka “ještě nějakou maličkost navíc”, s pomocí kterých už umíme všechny tři konstrukce provést. A nejen to: ukázat, že tyto konstrukce skutečně dávají správná řešení.